

Masterthesis

Samenhang tussen de Automatiseringstoets Rekenen
(A.T.-R) en de rekendrempels

Leonie Munster - S5420881

Master Pedagogische Wetenschappen, Orthopedagogiek, Faculteit Gedrags- en
Maatschappijwetenschappen, Rijksuniversiteit Groningen

Naam 1^e beoordelaar: prof. dr. A.E.M.G. Minnaert en drs. W. Hofstetter

Naam 2^e beoordelaar: dr. L. Visscher

Datum: 29-05-2024

Aantal woorden: 10332

Titel: Samenhang tussen de Automatiseringstoets Rekenen en de rekendrempels

Samenvatting

Het is belangrijk om rekenvaardigheden te ontwikkelen om te kunnen functioneren in de maatschappij (Metsämuuronen & Ukkola, 2022). Na het onderzoek van Bandstra et al. (2013) is de Profieltoets Rekenen opgenomen in het basisonderwijs, maar vanwege te veel tijdsinvestering is de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R) ontwikkeld. De A.T.-R leek minder geschikt om te bepalen op welke drempels sprake is van automatiseringsachterstand en daarom werd naast de A.T.-R ook de cruciale rekendrempels afgenomen. Het doel van dit onderzoek was om te kijken naar de samenhang tussen een lage A.T.-R score en de cruciale rekendrempels. Om hierachter te komen is voor groep 5 en 6 de laagste 15% scorende op de A.T.-R berekend. Uit de resultaten komt naar voren dat er samenhang is tussen een lage score op A.T.-R versie A en drempeltoets 3a voor groep 5, maar niet met de andere drempeltoetsen en ook niet tot nauwelijks met A.T.-R versie B en de drempeltoetsen. Voor groep 6 hangt een lage score op A.T.-R versie A niet samen met de drempeltoetsen en A.T.-R versie B hangt alleen samen met drempeltoets 3a, maar niet met de andere drempeltoetsen. Een aanbeveling is om bij een lage A.T.-R score de drempeltoetsen af te nemen en te kijken waar de leerling specifiek op uitvalt. Voor eventueel vervolgonderzoek wordt aanbevolen om dit onderzoek te vergelijken met het onderzoek van Sterenborg (2024) en te analyseren in hoeverre de A.T.-R de leerlingen er voldoende uithaalt die laag scoren op de drempels.

Title: Correlation between the ‘Automatiseringstoets Rekenen’ (automaticity in math) and the ‘rekendrempels’ (thresholds in math)

Abstract

It is important to develop basic math skills to function in society (Metsämuuronen & Ukkola, 2022). After the research by Bandstra et al. (2013), the Profile test in math was included in primary education, but due to too much time investment, the automaticity in math (A.T.-R) was developed. The A.T.-R seemed less suitable for determining at which thresholds there is an automation deficit and therefore, in addition to the A.T.-R, the crucial thresholds in mathematics were also administered. The aim of this research was to look at the connection between a low A.T.-R score and the crucial thresholds in math. To find out, the lowest 15% score on the A.T.-R was calculated for groups 5 and 6. The results show that there is a correlation between a low score on A.T.-R version A and threshold test 3a for group 5, but not with the other threshold tests and hardly with A.T.-R version B and the threshold tests. For group 6, a low score on A.T.-R version A is not related to the threshold tests and A.T.-R version B is only related to threshold test 3a, but not to the other thresholds tests. A recommendation is to take the threshold tests with a low A.T.-R score and see where the student specifically stands out or not. For possible follow-up research, it is recommended to compare this study with the study by Sterenborg (2024) and analyze to what extent the A.T.-R sufficiently identifies students who score low on the threshold.

Inhoudsopgave

| | |
|--------------------------------|----|
| Inleiding | 5 |
| <i>Theoretisch kader</i> | 8 |
| Methode | 16 |
| Resultaten..... | 19 |
| Conclusie..... | 33 |
| Discussie | 34 |
| Literatuurlijst..... | 36 |
| Bijlage 1 | 39 |
| Bijlage 2 | 40 |

Inleiding

“Het ultieme doel van het rekenwiskunde-onderwijs is het bereiken van functionele gecijferdheid” (Van Groenestijn et al., 2011, p. 30). Het is hierbij belangrijk dat het onderwijs afgestemd is op de mogelijkheden van elk individu. Bij functionele gecijferdheid gaat het om het adequaat kunnen handelen in dagelijkse situaties (Van Groenestijn et al., 2011). Het bekwaam zijn in rekenen is een van de voornaamste vaardigheden die nodig zijn om optimaal te kunnen functioneren in de hedendaagse samenleving (Metsämuuronen & Ukkola, 2022). Het is belangrijk dat leerlingen in dagelijkse situaties voldoende kunnen handelen op het gebied van rekenen. Hierbij kan gedacht worden aan het op tijd vertrekken van huis om de bus te halen of de oppervlakte van een terras te kunnen berekenen om het juiste aantal tegels te halen. Het is van belang dat leerlingen in de dagelijkse praktijk rekeninformatie kunnen analyseren en begrijpen, hieraan betekenis kunnen verlenen en kunnen bepalen van welke rekenvaardigheid gebruik gemaakt kan worden. Dit allemaal in overeenstemming met elkaar en in een snel tempo (Van Groenestijn et al., 2011).

Zwakke rekenvaardigheden kunnen zorgen voor negatieve gevolgen op school, op het werk en in dagelijkse situaties. Uit onderzoek blijkt immers dat zwakke rekenvaardigheden meer problemen oplevert dan zwakke leesvaardigheden, omdat de mogelijkheid tot compensatie minder is en rekenen een hogere complexiteit heeft. Tevens is het van belang om rekenproblemen vroegtijdig te signaleren, omdat anders zonder tijdige hulp de rekenproblemen zullen oplopen en leiden tot negatieve gevolgen op school, op het werk en in dagelijkse situaties (Geary, 2011). Volgens het onderzoek van Toll en Van Luit (2014) wordt de ontwikkeling van rekenvaardigheden beïnvloed door de taalvaardigheid van het kind en heeft het begrijpen van de rekentaal invloed op het ontwikkelen van vroege gecijferdheid. De rekentaal wordt gebruikt om de werkelijkheid te ordenen en te beschrijven. Zoals begrippen die hoeveelheden aanduiden, de relaties tussen hoeveelheden, de handelingen met aantallen, de telrij, namen van concrete hoeveelheden en de kwantificering van een handeling of een gebeurtenis. Het vereist instructie, oefening en veel herhaling om de rekentaal vaardig te worden (Ruijsenaars et al., 2021). Als kinderen op jonge leeftijd onvoldoende rekenvaardigheden bezitten lopen zij een groot risico om op latere leeftijd rekenproblemen te ontwikkelen (Toll et al., 2011). Volgens Bynner en Parsons (2001) kunnen zwakke rekenvaardigheden leiden tot een vergrote kans op werkloosheid, depressieve gevoelens en vroegtijdig schoolverlaten. Het is daarom belangrijk dat het onderwijs voor leerlingen die problemen ervaren bij het rekenen-wiskunde afgestemd wordt op de problematiek van deze leerlingen. Problemen kunnen evenwel voorkomen worden

door goed onderwijs, adequaat handelen en vroegtijdig signaleren, wat een groot beroep doet op de competenties en de inzet van leerkrachten, voornamelijk in de onderbouw van het basisonderwijs (Van Groenestijn et al., 2011).

Uit internationaal onderzoek kan geconcludeerd worden dat sinds 1995 het rekenonderwijs in Nederland daalt (Meelissen & Punter, 2016; Mullis et al., 2016). Het PISA-2022 rapport geeft aan dat Nederland ten opzichte van het PISA rapport van 2018 achteruit is gegaan op wiskundige vaardigheden (zoals gemeten bij 15-jarigen). Niet alleen Nederland, maar in heel veel landen zijn de wiskundige vaardigheden gedaald. Nederland scoort nog wel beter dan andere EU-landen, maar de voorsprong is niet meer zo groot als voorheen. De daling van wiskundeprestaties is sinds 2006 nog nooit zo sterk geweest (Meelissen et al., 2023).

Ook uit het rapport van de Expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen (Meijerink, 2008) is gebleken dat de staat van het rekenonderwijs in Nederland achteruitgaat. In het rapport zijn referentieniveaus opgesteld voor rekenen. Het referentieniveau 1F is het fundamentele niveau wat leerlingen aan het eind van het primair onderwijs moeten bereiken om te kunnen doorstromen naar het voortgezet onderwijs met uitstroomniveau vmbo-bb en kb. Op het vmbo-bb en kb kunnen de leerlingen doorgroeien naar het maatschappelijke functionele niveau 2F. Het referentieniveau 1S is het streefniveau om aansluiting te krijgen op het voortgezet onderwijs met uitstroomniveau voor leerlingen met vmbo-tl, havo en vwo. Vastgesteld is dat minimaal 85% van de leerlingen het referentieniveau 1F voor rekenen moet behalen en 65% van de leerlingen het referentieniveau 1S. Uit het rapport van de Inspectie van onderwijs (2023b) blijkt dat 92,5% van de leerlingen in het basisonderwijs (BO) het referentieniveau 1F haalt. 42,2% haalt het referentieniveau 1S (Inspectie van Onderwijs, 2022). In het speciaal basisonderwijs (SBO) behaalt 30,1% het referentieniveau 1F en 2,5% van de leerlingen behaalt het referentieniveau 1S. In het speciaal onderwijs (SO) behaalt 55% het referentieniveau 1F en 10% het referentieniveau 1S (Inspectie van Onderwijs, 2023b). De beheersing van het streefniveau van het BO, SBO en SO voor rekenen haalt de gestelde doelen dus niet. Het rekenen blijft ten opzichte van de andere leergebieden (lezen en taalverzorging) achter. Die leergebieden scoren namelijk veel hoger (Inspectie van Onderwijs, 2023a).

De rekenonderzoeken van de Inspectie van Onderwijs (2023b) meten echter niet in hoeverre de rekenkennis is geautomatiseerd (Van Hoogmoed et al., 2021). “Het automatiseren van basale rekenfeiten is belangrijk voor de verdere ontwikkeling van het schoolse rekenen” (Ruijssenaars et al., 2017, p. 1). Automatiseren betekent het zo vlot en

foutloos mogelijk uitvoeren van een procedure (Ruijsenaars et al., 2021). Het geautomatiseerd optellen en aftrekken van getallen onder de twintig is onmisbaar voor de rekenkennis en vaardigheden die daarna aangeboden worden (Ruijsenaars et al., 2017). Voor het automatiseren van rekenkennis is het van belang om veel te oefenen en te herhalen (Van Hoogmoed et al., 2021). Op het moment dat kennis niet onderhouden wordt, kan het wegzakken. Het aanbieden van nieuwe rekenfeiten betekent niet dat ze ook beheerst worden. Het veel oefenen en herhalen is belangrijk (Gerrits & Noteboom, 2018). Als de rekenkennis geautomatiseerd is vraagt het weinig bewuste aandacht meer (Van Hoogmoed et al., 2021). Hiermee wordt bedoeld dat geautomatiseerde rekenkennis, zonder gebruik te maken van het werkgeheugen, uit het langetermijngeheugen worden gehaald. Het werkt vaak effectiever om rekenfeiten uit het langetermijngeheugen te halen dan gebruik te maken van het werkgeheugen. Wanneer gebruik wordt gemaakt van het werkgeheugen kunnen procedurefouten ontstaan en bovendien kost het meer tijd en energie. Leerlingen met rekenproblemen hebben vaak veel moeite met het automatiseren van de rekenfeiten (Ruijsenaars et al., 2021). Dit komt omdat hun werkgeheugen meer belast wordt met het uitvoeren van rekenprocedures en hierdoor is ook het maken van complexere rekenopgaves moeilijk (Vanbinst et al., 2012; Ruijsenaars et al., 2021). In het onderwijs wordt aangenomen dat na twee jaar rekenonderwijs de basissommen tot en met twintig zijn geautomatiseerd. Uit onderzoek blijkt dat leerlingen eind groep 4 de basissommen tot en met twintig na twee jaar nog niet hebben geautomatiseerd (Ruijsenaars et al., 2017). In het rekenonderwijs wordt aangenomen dat eind groep 4 de leerlingen de vier basisbewerkingen: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen tot 100 kunnen uitvoeren (Van Groenestijn et al., 2011). Halverwege groep 5 wordt aangenomen dat deze basisbewerkingen zijn geautomatiseerd. Het is niet duidelijk in hoeverre dit ook gebeurt (Van Hoogmoed et al., 2021). In 2006 zijn Bandstra et al. (2013) als projectgroep daarom gestart met een longitudinaal onderzoek om de rekenontwikkeling van leerlingen van groep 3 tot en met 8 in het speciaal basisonderwijs en basisonderwijs in kaart te brengen. Uit dit onderzoek bleek dat de verwachtingen van de PO-raad té hoog zijn en dat de doelen niet worden behaald. Het onderzoeksproject toont aan dat de achterstanden bij het leren hoofdrekenen samenhangen met automatiseringstekorten. In het onderwijs wordt te weinig rekening gehouden met de leertijd die leerlingen nodig hebben. Hierbij hoort vooral de focus te liggen op de minsommen, de sommen met doorbreking van het tiental en de complexere tafels (Bandstra et al., 2013).

Theoretisch kader

Voordat kinderen naar school gaan hebben ze al veel ervaringen opgedaan met concrete hoeveelheden en met de rekentaal. Zo hebben ze wellicht al leren tellen. Het onderwijs sluit daar op aan en verrijkt de kennis van de kinderen. Zo wordt het kinderen uitgelegd over formele afspraken van het rekenen en wordt hen bewerkingen met hoeveelheden geleerd. Het gaat daarbij vooral om het leren berekenen en probleemoplossend en logisch redenerend denken (Ruijsenaars et al., 2021). De school is de voornaamste plek waar kinderen leren rekenen. Ze leren niet vanzelf rekenen, daarvoor zijn leerkrachten nodig (Metsämuuronen & Ukkola, 2022). Het protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en dyscalculie (ERWD) van Van Groenestijn et al. (2011) geeft handvatten voor de praktijk om te zorgen voor sterk rekenwiskunde-onderwijs, met name voor leerlingen waarbij de rekenontwikkeling niet optimaal verloopt. Volgens Van Groenestijn et al (2011) verloopt de rekenontwikkeling via vier hoofdlijnen: begripsvorming, ontwikkelen van oplossingsprocedures, vlot leren rekenen (automatiseren) en het flexibel toepassen van kennis en vaardigheden. De vier hoofdlijnen verlopen in een cyclus, ze sluiten op elkaar aan. De volgende fase in het leerproces gaat uit van beheersing van de daaraan voorafgaande fase. Het vier hoofdlijnenmodel is hieronder weergegeven in afbeelding 1 (Van Groenestijn et al., 2011, p. 75).

Afbeelding 1

Vier hoofdlijnen in de rekenwiskundige ontwikkeling



Noot. Overgenomen uit *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en dyscalculie* (p. 75), door M. van Groenestijn et al., 2011, Koninklijke Van Gorcum. Copyright 2011, Koninklijk Van Gorcum.

In de onderwijspraktijk lopen de vier hoofdlijnen vaak door elkaar. Zo kan het zijn dat leerlingen de fase begripsvorming en ontwikkelen van oplossingsprocedures voor plus-

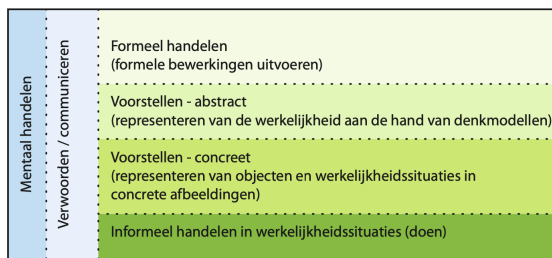
en minsommen hebben geleerd, maar dit nog niet vlot kunnen toepassen (met andere woorden: nog niet geautomatiseerd hebben). De leerlingen starten dan op school al met de begripsvorming van vermenigvuldigen en later ook met delen, maar zijn dus ook nog bezig met het vlot leren rekenen van plus- en minsommen (Van Groenestijn et al., 2011).

Handelingspsychologie

Minnaert en Vermunt (2006) geven aan dat binnen de handelingspsychologie aandacht is voor de handelingen die een leerling doet om tot een antwoord te komen. Ook is er binnen de handelingspsychologie veel aandacht voor het automatiseren. Binnen onderzoek en binnen de onderwijspraktijk zijn automatiseringsproblemen nog steeds actueel. “Het automatiseren is binnen de onderwijsleertheorie van de handelingspsychologie te begrijpen als het verkorten van de handeling zonder verlies van doeltreffendheid doordat ‘geleerd’ is uit eerdere situaties en deelhandelingen geen bewust-gerichte aandacht meer eisen” (Minnaert & Vermunt., 2006., p. 262). Vanuit de handelingstheorie hebben Van Groenestijn et al. (2011) het handelingsmodel ontwikkeld. Het handelingsmodel legt de nadruk op de processen die plaatsvinden tijdens de rekenontwikkeling. Leerlingen leren op vier verschillende niveaus handelen, aangeduid als handelingsniveaus. Het laagste en tevens eerste niveau is het informeel handelen. Leerlingen handelen op dit niveau concreet in werkelijkheidssituaties. Het tweede niveau is concreet voorstellen, waarbij leerlingen aan de hand van afbeeldingen over concrete situaties leren. Het derde niveau is voorstellen abstract, waarbij leerlingen op een abstract niveau leren redeneren aan de hand van schematische voorstellingen van situaties. Het hoogste, tevens vierde niveau, is het formeel handelen. Leerlingen leren op dit hoogste niveau redeneren aan de hand van getallen, teksten of een combinatie, zoals berekeningen uitvoeren en symboliseren. Tijdens het doorlopen van de vier niveaus vindt een wisselwerking plaats tussen mentaal handelen (denken) en het werkelijk handelen (doen), waarbij het mentaal handelen het werkelijk handelen aanstuurt en verder ontwikkelt. Het handelingsmodel wordt weergegeven in afbeelding 2 (Van Groenestijn et al., 2011, p. 137).

Afbeelding 2

Het handelingsmodel



Noot. Overgenomen uit *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en dyscalculie* (p. 137), door M. van Groenestijn et al., 2011, Koninklijke Van Gorcum. Copyright 2011, Koninklijk Van Gorcum.

Naarmate leerlingen meer complexe berekeningen kunnen uitvoeren, doordat ze meer kennis en vaardigheden hebben ontwikkeld, presteren zij meer op de twee hoogste niveaus, waarbij de koppeling met de twee laagste niveaus belangrijk blijft voor het informeel handelen. Een goede ontwikkeling op de twee laagste niveaus is belangrijk voor de ontwikkeling, het handelen en functioneren, op de twee hoogste niveaus (Van Groenestijn et al., 2011). Rekenen heeft een cumulatief karakter wat inhoudt dat rekenen een opstapeling is van kennis en vaardigheden, er wordt voortgebouwd op eerder aangeboden kennis (Meijerink, 2008). De beheersing van de lagere handelingsniveaus is belangrijk voor de ontwikkeling van de hogere handelingsniveaus. Om die reden is het van belang om het beheersingsniveau op de lagere handelingsniveaus goed in kaart te brengen en waar nodig op tijd te kunnen ingrijpen (Van Groenestijn et al., 2011).

Een manier om de beheersing van de handelingsniveaus na te gaan is het maken van een goede foutenanalyse. Toch is hier nog weinig aandacht voor in onderwijspsychologisch onderzoek. De focus ligt nu namelijk meer op reflectie in plaats van op een foutenanalyse. Bij een foutenanalyse wordt er aandacht gegeven aan de uitvoering van de handelingen die gemaakt worden, maar ook aan de tekorten in de handelingen en (deel) handelingen die hebben gezorgd voor het verkeerde resultaat (Minnaert & Vermunt, 2006).

Cognitieve leerpsychologie

Ruijsenaars et al. (2021) geven aan dat volgens de cognitieve leerpsychologie rekenen een proces is van informatieverwerking. De cognitieve psychologie legt de nadruk op wat er in de persoon gebeurt, de wijze waarop informatie verwerkt wordt (Minnaert & Vermunt, 2006). Eerst wordt informatie geconstateerd, daarna wordt de informatie doorgestuurd naar

het werkgeheugen, hierin wordt het bewerkt met aanwezige voorkennis vanuit het langetermijngeheugen en daarna omgezet in een reactie of opgeslagen in het langetermijngeheugen. De voorkennis in het langetermijngeheugen bestaat uit declaratieve kennis, procedurele kennis en metacognitieve kennis. Declaratieve kennis is feitenkennis. Feiten die onthouden moeten worden, zoals getallen, namen van cijfers, symbolen en rekenkennis. Geautomatiseerde declaratieve kennis wordt onbewust, vlot toegepast door oefening en ervaringen. Procedurele kennis houdt in dat je weet hoe iets gedaan moet worden, zoals kennis van oplossingsstrategieën. Procedurele kennis kan overgaan in declaratieve kennis, wanneer de procedurele kennis geautomatiseerd is. Metacognitieve kennis is kennis over het eigen kennen en kunnen, het eigen leerproces (Ruijssenaars et al., 2021). Metacognitieve kennis is belangrijk voor het leren rekenen (Smith, 2023). Ruijssenaars et al. (2017) geven aan dat feitenkennis en procedurele kennis van elkaar afhankelijk zijn en samen bijdragen aan het leerresultaat. Een tekort aan feitenkennis, aan procedurele kennis, of aan allebei, kan uitmonden in een minder gunstig leerresultaat. Bij leerlingen met ernstige rekenproblemen of dyscalculie is de feitenkennis vaak niet geautomatiseerd. Voor hen is de feitenkennis niet direct vanuit het langetermijngeheugen beschikbaar. Ook is bij de procedurele kennis vaak een tekort in de automatisering. Leerlingen voeren vaak procedures telkens opnieuw uit, zonder dat het leidt tot een verkorte oplossingsweg of tot automatisering van feitenkennis (Ruijssenaars et al., 2021).

Drempelmodel

Geïnspireerd door de cognitieve leertheorie is tijdens het onderzoek van Bandstra et al. (2013) gebruik gemaakt van screenings (power) toetsen en speedtoetsen. De powertoetsen geven aan in hoeverre leerlingen de sommen kunnen oplossen, welk niveau ze bereikt hebben en gaat over het toepassen van procedures (zonder tijdsdruk). De speedtoetsen zijn automatiseringstoetsen waarbij de sommen snel en accuraat moeten worden opgelost (Danhof et al., 2012). De sommen die getoetst worden in de speed- en powertoetsen komen uit het Drempelmodel van Danhof et al. (2008). “De sommen die de basiskennis vormen, zijn verdeeld over vijf zogenaamde rekendrempels” (Danhof et al., 2015, p. 1). Drempel 1: optellen, aftrekken en splitsen tot en met 10. Drempel 2: vlot kunnen ‘springen’ op de getallenlijn tot 100. Drempel 3: optellen en aftrekken over 10 (tot 20). Drempel 4: bouwsteensommen tot 100. Drempel 5: eenvoudige en moeilijke tafels (Danhof et al., 2015). In tabel 1 is het volledige drempelmodel opgenomen (De Vries, 2021, p. 10). “De vijf drempels vormen belangrijke voorwaarden bij het hoofdrekenen. ... Het vlot kennen (goed

beheersen) van de drempels draagt echter in sterke mate bij aan het kunnen oplossen van steeds complexere sommen. Tekorten in de basiskennis veroorzaken achterstanden en stagnatie” (Danhof et al., 2015, p. 1). De drempels bouwen op elkaar voort (zoals eerder besproken bij de handelingsniveaus), een tekort in één van de drempels zorgt voor stagnatie in het leerproces en een opeenstapeling van tekorten (Ruijssenaars et al., 2017).

Tabel 1

Het drempelmodel

| Drempel | Subdrempel | Somtype | Voorbeeldsom |
|--|------------|---|-----------------|
| Drempel 1: Optellen en aftrekken tot 10 | Drempel 1a | Optellen tot 10 | $4 + 5$ |
| | Drempel 1b | Aftrekken tot 10 | $8 - 6$ |
| | Drempel 1c | Splitsen tot en met 10 | $10 = 3$ en ... |
| Drempel 2: Getalbegrip tot 100 | Drempel 2a | Sprong naar het volgende tiental | $39 + 1$ |
| | Drempel 2b | Sprong naar het vorige tiental | $40 - 1$ |
| | Drempel 2c | Sprong van 10 vooruit | $62 + 10$ |
| | Drempel 2d | Sprong van 10 terug | $57 - 10$ |
| Drempel 3: Optellen en aftrekken tot 20 | Drempel 3a | Optellen met overschrijding van het tiental | $7 + 8$ |
| | Drempel 3b | Aftrekken met overschrijding van het tiental | $16 - 7$ |
| Drempel 4: Optellen en aftrekken tot 100 | Drempel 4a | Optellen met tientallen | $64 + 20$ |
| | Drempel 4b | Aftrekken met tientallen | $78 - 30$ |
| | Drempel 4c | Optellen met overschrijding van het tiental | $47 + 8$ |
| | Drempel 4d | Aftrekken met overschrijding van het tiental | $55 - 7$ |
| Drempel 5: Tafels van vermenigvuldigen en delen | Drempel 5a | Eenvoudige keersommen (tafel van 1, 2, 3, 4, 5 en 10) | 5×4 |
| | Drempel 5b | Moeilijke keersommen (tafel van 6, 7, 8 en 9) | 8×6 |
| | Drempel 5c | Eenvoudige deelsommen (tafel van 1, 2, 3, 4, 5 en 10) | $15 : 3$ |
| | Drempel 5d | Moeilijke deelsommen (tafel van 6, 7, 8 en 9) | $56 : 8$ |

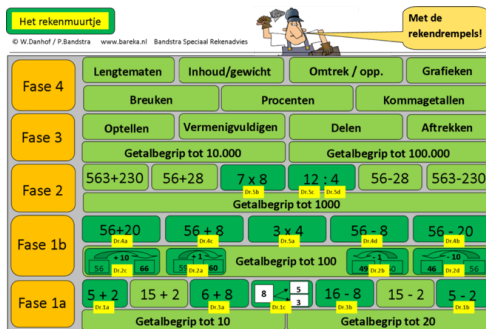
Noot. Overgenomen uit *Betrouwbaarheid en validiteit van de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R)* (p. 10), door R. B. De Vries, 2021. Copyright z.d., onbekend.

Gerrits en Noteboom (2018) geven aan dat het leren rekenen stapelen is, waarbij inzichten, kennis en vaardigheden worden gestapeld. Danhof et al. (2015) bevestigen dit en geven aan dat het niveau dat nodig is voor de referentieniveau 1F en 1S opgedeeld kan worden in vier fasen, waarbij de rekendrempels terugkomen. Fase 1 is plus en min sommen tot 10, plus en min sommen over het tiental tot 20, de bouwstenen voor het rijgen en de getallenlijn tot 100. Groep 3, 4 en 5 zit in fase 1. Fase 2 is de getallenlijn tot 1000 (basaal), tafels en delen en moeilijke sommen tot 100 rijgend. Groep 5 en 6 zit in fase 2. Fase 3 zijn plus en minsommen met grote getallen en vermenigvuldigen en delen, groep 6 en 7 zit in fase 3. Fase 4 is ook voor groep 6 en 7 en gaat over procenten, breuken en kommagetallen en over inhoud (Danhof et al, 2012). Dit vierfasenmodel en de rekendrempels worden

gevisualiseerd aan de hand van het ‘Rekenmuurtje’ (Danhof et al., 2015). Het Rekenmuurtje is weergegeven in afbeelding 3 (Van Hoogmoed et al., 2021, p. 33).

Afbeelding 3

Rekenmuurtje met rekendrempels



Noot. Overgenomen uit “Het belang van automatiseren: Als rekenen niet wil vlotten,” door A. van Hoogmoed et al., 2021, *Jeugd in School en Wereld*, 106(1), p. 33 (<https://www.jsw.nl/rekenen-wiskunde/het-belang-van-automatiseren/>). Copyright z.d., onbekend.

De lagen in het Rekenmuurtje bouwen op elkaar verder. Het Rekenmuurtje gaat ervan uit dat de vijf rekendrempels geautomatiseerd moeten zijn om een stevig muurtje te bouwen. De vijf rekendrempels vormen het fundament voor het Rekenmuurtje (Van Hoogmoed et al., 2021). Als leerkracht is het van belang zicht te krijgen op de lagen van het Rekenmuurtje, want rekenproblemen worden vaak veroorzaakt doordat onderliggende lagen niet stevig genoeg zijn (Danhof et al., 2015). Naar aanleiding van de onderzoeken van Bandstra et al. (2013) is de Profieltoets Rekenen ontwikkeld met daarin de screenings- en automatiseringstoetsen. De automatiseringstoetsen worden per drempel afgenomen. Aan de hand hiervan kan voor elke leerling het Rekenmuurtje worden weergegeven. Het geeft de leerkracht en de leerling zicht op de rekenontwikkeling (Danhof et al., 2015). In 2020 is opnieuw onderzoek gedaan naar de automatiseringstekorten. Hierbij is gebruik gemaakt van de Profieltoets Rekenen. De resultaten zijn vergelijkbaar met de vorige onderzoeken (Van Hoogmoed et al., 2021).

Aanleiding en probleemstelling

Na het onderzoek van Bandstra et al. (2013) is de Profieltoets Rekenen, met daarin de speed- en powertoetsen, in het onderwijs opgenomen. Het onderwijs heeft als feedback teruggegeven dat de toetsen veel tijd vragen van de leerkrachten. Om tegemoet te komen

aan de onderwijspraktijk is daarom de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R) ontwikkeld. Deze toets is getest op betrouwbaarheid en validiteit en vraagt minder tijd dan de Profieltoets Rekenen (De Vries, 2021). De eerdergenoemde projectgroep die onderzoek deed naar automatiseringstekorten (Bandstra et al., 2013) is bezig met het onderzoeken van de A.T.-R om van hieruit een normeringstabel te ontwikkelen, zodat de toets gebruikt kan worden in de praktijk. Uit eerder onderzoek van De Vries (2021) bleek dat de A.T.-R minder geschikt is om te bepalen op welke drempels sprake is van automatiseringsachterstand bij leerlingen. Daarom wordt door de projectgroep nu onderzocht in hoeverre de drempels samenhangen met de A.T.-R. Naast de A.T.-R zijn daarom ook de drempeltoetsen afgenomen. Bij de drempeltoetsen worden, in dit onderzoek, alleen de vijf belangrijkste drempels afgenomen: 3a, 3b, 4c, 4d, 5b om automatiseringsproblemen te kunnen inventariseren (zie tabel 1). Dit is gebaseerd op eerder onderzoek van de projectgroep en binnen de projectgroep is besloten dat deze drempels de vijf belangrijkste zijn. Drempel 3 is daarin beslissend als basis voor de optimale rekenontwikkeling. Uit het longitudinale onderzoek is gebleken dat op het moment dat drempel 3 niet beheerst wordt, er verdere stagnatie optreedt (Bandstra et al., 2013). Binnen de A.T.-R worden alle vijf belangrijkste (sub)drempels getoetst en binnen iedere drempeltoets wordt alleen één subdrempel getoetst. De A.T.-R. geeft dus een algemeen beeld van het niveau van het automatiseren van de leerling; de drempeltoetsen geven een nauwkeuriger beeld per drempel. In de eerdergenoemde projectgroep, waar dit onderzoek deel van uitmaakt, wordt ook nagaan in hoeverre een lage score op de drempeltoetsen samenhangt met een score op de A.T.-R (Stereborg, 2024).

Binnen dit onderzoek wordt daarentegen de focus gelegd op de samenhang van een lage score op de A.T.-R met een score op de drempeltoetsen. Om een lage score op de A.T.-R te berekenen, wordt er gekeken naar de laagste 15% scorende leerlingen op de A.T.-R. Cito maakt gebruik van twee soorten niveaucodering: niveau A tot en met E en niveau I tot en met V. Het niveau E geeft de laagste 10% scorende leerlingen aan en het niveau V de laagste 20% scorende leerlingen (Cito, 2022). Het gemiddelde van de score op een E-niveau en V-niveau is de laagste 15% scorende leerlingen. Het percentiel 15 komt ook overeen met het aantal leerlingen dat één standaarddeviatie of meer onder het gemiddelde scoort in een normaalverdeling. Dit is de reden dat dit onderzoek zich richt op de laagste 15% scorende leerlingen op de A.T.-R. Hierbij wordt gekeken naar hoe (dis) harmonisch een score op de cruciale rekendrempels is. Door ook in te zoomen op het scoreprofiel van een casus met een lage A.T.-R score, kunnen (fouten)patronen inzicht geven in de diagnostische meerwaarde

van de A.T.-R en die van de drempeltoetsen.

Dit onderzoek richt zich specifiek op groep 5 en 6. Groep 5 en 6 zijn cruciale groepen om achterstanden te voorkomen en tijdig rekenhulp te kunnen bieden en zodoende de kansen op doorstroming naar het voortgezet onderwijs te kunnen optimaliseren. Leerlingen leren vanaf groep 5 de basis van elementaire gecijferdheid, waarbij de koppeling wordt gemaakt van informeel handelen naar formeel handelen. Zoals eerder aangegeven is die basis nodig voor het ontwikkelen van vaardigheden die leerlingen in de toekomst nodig hebben (Van Groenestijn et al., 2011).

In dit onderzoek wordt door kwalitatieve foutenanalyse gekeken naar het foutenpatroon van een leerling met een lage A.T.-R score en een middelmatige of hoge score op de drempeltoetsen. Zoals eerder aangegeven wordt bij een foutenanalyse gekeken naar de uitvoering en naar de tekorten (Minnaert & Vermunt, 2006). Bij de foutenanalyse wordt specifiek gelet op fouten en tekorten in feitenkennis en procedurele kennis.

Onderzoeksvraag en hypothese

Doelstelling: Het doel van deze thesis is om te kijken hoe de samenhang is tussen een lage A.T.-R score en de rekendrempels 3a, 3b, 4c, 4d en 5b. Zien we het beeld van de lage A.T.-R score ook terug in alle rekendrempels?

Dit onderzoek maakt gebruik van een landelijke en longitudinale dataverzameling over de automatisering van rekenen. Voor het onderzoek in deze thesis wordt gebruik gemaakt van de data uit twee regio's en wordt gefocust op de groepen 5 en 6 (zie methode).

Onderzoeksvraag: Hoe (dis)harmonisch is een score op de rekendrempels 3a, 3b, 4c, 4d en 5b van leerlingen in groep 5 en 6 met een A.T.-R score bij de laagste 15%?

Deelvragen:

- In hoeverre is er samenhang tussen de laagste 15% scorende op de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R) en de drempeltoetsen in groep 5 en 6?
- Welk scorepatroon op itemniveau zien we bij een leerling uit groep 5 en een leerling uit groep 6 met een lage A.T.-R score op de cruciale rekendrempels? Zijn er gemeenschappelijke (fouten)patronen te onderkennen op de diverse toetsen?

De verwachting is dat er samenhang is tussen de laagste 15% scorende op de A.T.-R en de cruciale rekendrempels. Daarbij wordt een harmonisch beeld verwacht: een leerling die laag scoort op de A.T.-R, scoort ook laag op de cruciale rekendrempels. De verwachting is dat een leerling met een lage A.T.-R score hetzelfde scorepatroon op itemniveau laat zien bij de cruciale rekendrempels, waarbij gemeenschappelijke (fouten)patronen te onderkennen zijn.

Methode

Onderzoeksdesign

Het onderzoek is aan de hand van mixed-methods onderzocht. In dit onderzoek is zowel kwantitatief als kwalitatief onderzoek gedaan. Op groepsniveau (kwantitatief) is de score op de A.T.-R vergeleken met de drempeltoetsen, maar ook op individueel niveau (kwalitatief). De overkoepelende onderzoeksvraag en de eerste deelvraag zijn beantwoord met kwantitatief onderzoek. De tweede deelvraag is beantwoord aan de hand van kwalitatief onderzoek. De samenhang tussen de scores op de A.T.-R is vergeleken met de cruciale rekendrempels. Het kwalitatieve onderzoeksdesign is een casestudy. Aan de hand van een foutenanalyse is gekeken naar scores van de leerling, met een A.T.-R score bij de laagste 15% en een hoge score op de cruciale rekendrempels. Hierbij is onderzocht of specifieke (fouten)patronen, in onder andere declaratieve en procedurele rekenkennis, te herkennen zijn.

Participanten

In dit onderzoek is specifiek gekozen voor de regio Noord en Oost. Op dit moment is de data nog niet volledig beschikbaar van heel Nederland en vanwege strategische keuzes wordt in deze thesis alleen gekeken naar de regio Noord en Oost. In regio Noord-Nederland hebben zes scholen deelgenomen en regio Oost-Nederland vijf scholen. Op grond van eerder onderzoek door de projectgroep (Bandstra et al., 2013) lijken de regio's Noord en Oost een voorspellende waarde te hebben voor alle regio's.

Het onderzoek is gericht op groep 5 en 6. In groep 5 zitten 308 leerlingen en in groep 6 zitten 264 leerlingen. In totaal zijn dit 572 leerlingen. De groepen zijn apart van elkaar vergeleken, omdat in deze thesis apart uitspraak is gedaan over groep 5 en groep 6. Het onderzoek richt zich specifiek op de laagste 15% scorende leerlingen op de A.T.-R.

De scholen zijn verworven door de projectgroep (Bandstra et al., 2013) via bestaande netwerken van collega's en rekenspecialisten. Via die scholen zijn een aantal andere scholen geworven. Twee scholen zijn at random benaderd. De onderzoeker, zowel supervisor als student, hebben geen relatie met de deelnemers. Het aantal deelnemers is voldoende om de onderzoeksvraag te kunnen beantwoorden.

Instrumenten

Het onderzoek bestaat uit de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R) en de drempeltoetsen. De A.T.-R bestaat uit vijftien rijtjes van vier kale sommen per drempel met in totaal 60 sommen. De leerlingen moeten in twee minuten tijd zoveel mogelijk sommen uit het hoofd

maken. De A.T.-R heeft twee parallelversies: een versie A en een versie B. Beide versies zijn gemaakt door de participanten, op verschillende dagen. Een overzicht van het aantal sommen en somtypes zijn ter volledigheid opgenomen in bijlage 1.

De drempeltoetsen bestaan uit de cruciale rekendrempels: 3a, 3b, 4c, 4d en 5b. Per drempeltoets hebben de leerlingen 2 minuten de tijd en zijn er 30 sommen die uit het hoofd gemaakt moeten worden. In dit onderzoek zijn de toetsen als volgt afgenomen: A.T.-R versie A, drempeltoets 3a en 3b op één dag en de A.T.-R versie B, drempeltoets 4c, 4d en 5b op een andere dag.

Het doel van de A.T.-R is om een screening te doen bij de leerlingen voor het automatiseren. Het doel van de drempeltoetsen is om te kijken in hoeverre iedere rekendrempel is geautomatiseerd.

Uit het onderzoek van De Vries (2021) blijkt dat de A.T.-R betrouwbaar en valide is. Uit dit onderzoek kwam naar voren dat de test-hertestbetrouwbaarheid redelijk voldoet en de parallel-test betrouwbaarheid voldoet. Beide versies van de A.T.-R. zijn even moeilijk en de criteriumvaliditeit is goed. Het is mogelijk dat er een leereffect optreedt, voornamelijk op het moment dat een leerling een hogere score behaalt (De Vries, 2021). Op de drempeltoetsen worden de drempels met 100% representatieve rekensommen getoetst. Geconcludeerd wordt dat er volledige inhouds- en face-validiteit is, omwille van de volledige representativiteit van alle rekensommen in lijn met het curriculum, het rekenmuurtje en alle rekenmethodes.

Procedure

De projectgroep, waar het huidige normeringsonderzoek wordt uitgevoerd door de Rijksuniversiteit Groningen en de stichting WAAR, heeft de dataverzameling gedaan. In totaal hebben 32 scholen meegedaan aan het onderzoek. Voor het onderzoek werden de toetsen twee keer per jaar afgenomen, in maart 2023 en in november 2023. De scholen kregen pakketten per post opgestuurd met daarin de verschillende toetsen in afnamevorm. De leerkrachten hebben toen de toetsen afgenomen bij de leerlingen. Daarna hebben ze alle toetsen per post opgestuurd naar de projectgroep. De projectgroep heeft een aantal studenten bereid gevonden om de data te verwerken in SPSS. De data die voor deze thesis is gebruikt, is in een periode van december 2023 tot en met maart 2024 verwerkt in SPSS.

Aan het begin van de afname zijn alle scholen op de hoogte gesteld van het doel van het onderzoek en over hun rechten, in lijn met de richtlijnen van de ethische commissie binnen de afdeling PedOn van de Faculteit GMW.

Data-analyse

Om antwoord te geven op de onderzoeksvraag wordt gebruik gemaakt van de data zoals verzameld via de eerder beschreven projectgroep en stichting. Aan de hand van SPSS wordt de samenhang berekend tussen de laagste 15% scorende op de A.T.-R en hun score op de drempeltoets (kwantitatief onderzoek). De laagste 15% wordt berekend aan de hand van SPSS, waarbij voor zowel de A.T.-R versie A als versie B de laagste 15% scorende wordt berekend per groep. Voordat de data goed geïnterpreteerd kan worden, wordt er eerst gekeken naar of de scores normaal verdeeld zijn met behulp van SPSS. Als controle wordt daarna met behulp van de independent samples t-test gekeken of er voldoende differentiële validiteit is op de testen tussen de 15% laagst scorende leerlingen en de hoger scorende leerlingen, met andere woorden of de A.T.-R score wel voldoende onderscheidend vermogen heeft. Met behulp van SPSS wordt de samenhang berekend tussen de verschillende toetsen en weergegeven in een scatterplot. Hierbij wordt niet alleen de A.T.-R versie A vergeleken met de drempeltoetsen 3a, 3b, 4c, 4d en 5b, maar wordt ook de A.T.-R versie B vergeleken met de drempeltoetsen 3a, 3b, 4c, 4d en 5b.

Door middel van een casestudy wordt op individueel niveau weergegeven hoe twee leerlingen, één uit groep 5 en één uit groep 6, scoren op itemniveau met een score bij de laagste 15% op de A.T.-R versie A en versie B en een score die niet tot de laagste 15% op de drempeltoetsen behoort. Aan de hand van een foutenanalyse op de items van de automatiseringstoets kan gekeken worden welke items te identificeren zijn om het verschil tussen de A.T.-R en de drempelscores op kwalitatief-beschrijvende wijze inzichtelijk te maken.

Resultaten

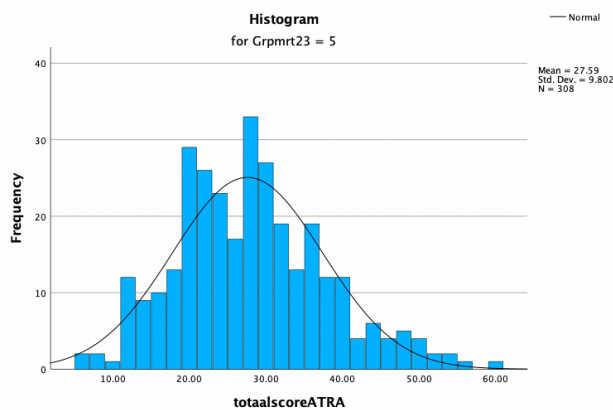
De laagste 15% scorende leerlingen op de A.T.-R versie A en B is berekend met behulp van SPSS. Voor groep 5 A.T.-R versie A geldt dat dit een score van 18 of lager is. In totaal scoren 49 leerlingen van de 308 een score bij de laagste 15% op de A.T.-R versie A. Voor groep 5 A.T.-R versie B is het een score van 19 of lager, in totaal scoren 46 leerlingen van de 302 bij de laagste 15% op de A.T.-R versie B.

Voor groep 6 A.T.-R versie A geldt een score van 23 of lager. In totaal scoren 46 leerlingen van de 264 een score bij de laagste 15% op de A.T.-R versie A. Voor groep 6 A.T.-R versie B is het een score van 24 of lager, in totaal scoren 46 leerlingen van de 264.

Per toets, A.T.-R versie A en B en drempeltoetsen 3a, 3b, 4c, 4d en 5b, zijn histogrammen gemaakt om de normaalverdeling weer te geven. De histogrammen zijn opgedeeld in groep 5 en in groep 6, zoals hieronder weergegeven.

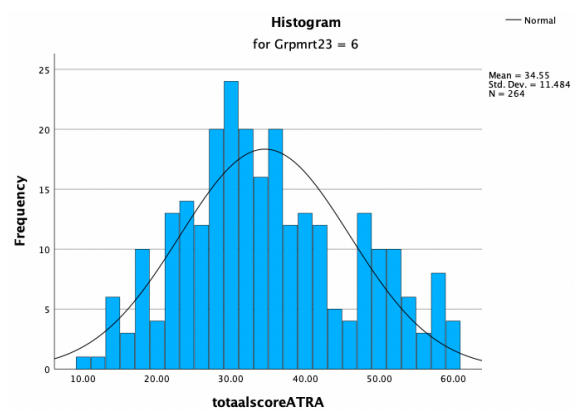
Figuur 1

Totaalscore groep 5 A.T.-R versie A



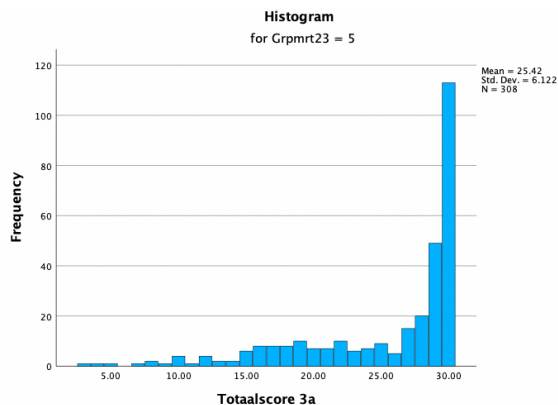
Figuur 2

Totaalscore groep 6 A.T.-R versie A



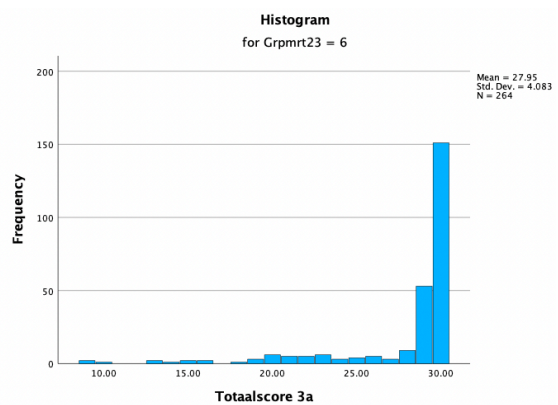
Figuur 3

Totaalscore groep 5 drempeltoets 3a



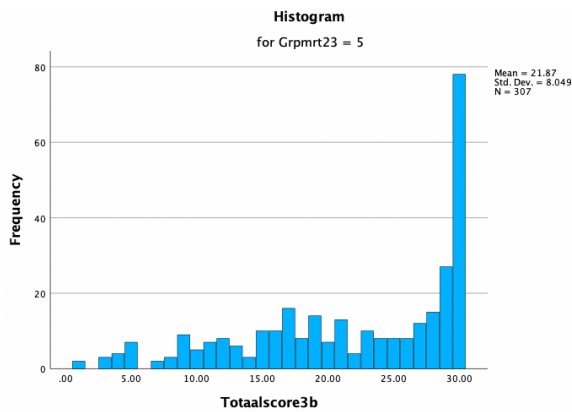
Figuur 4

Totaalscore groep 6 drempeltoets 3a



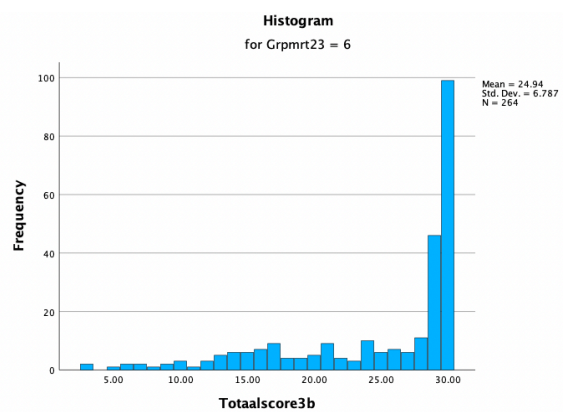
Figuur 5

Totaalscore groep 5 drempeltoets 3b



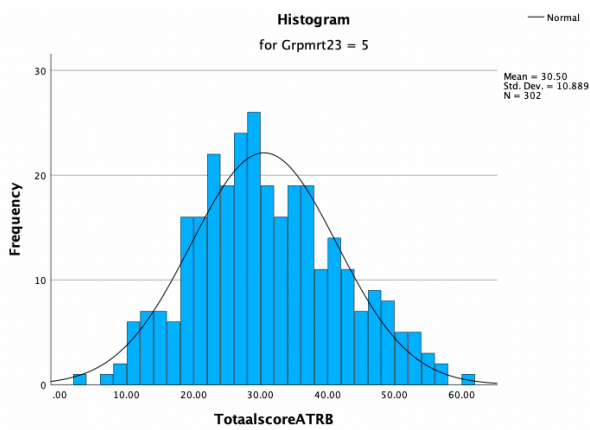
Figuur 6

Totaalscore groep 6 drempeltoets 3b



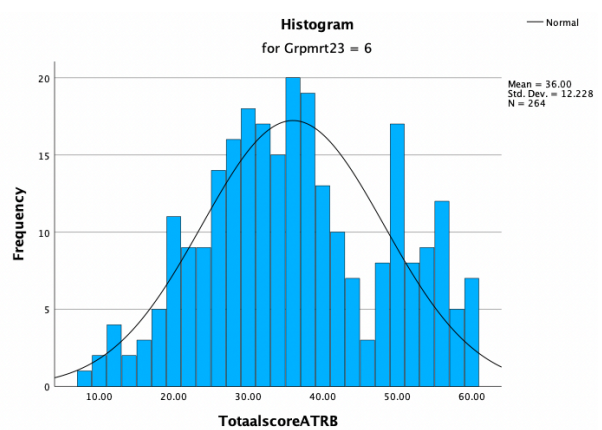
Figuur 7

Totaalscore goep 5 A.T.-R versie B



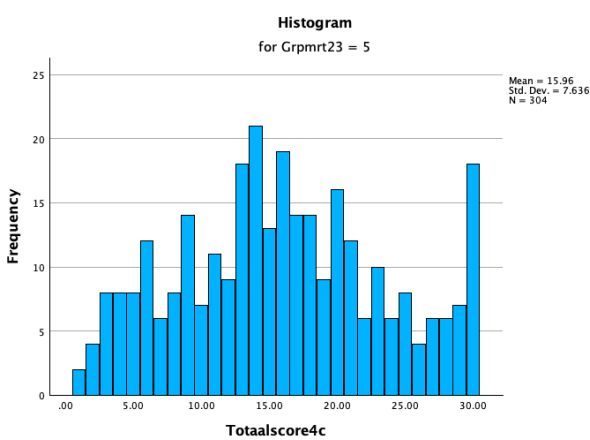
Figuur 8

Totaalscore goep 6 A.T.-R versie B



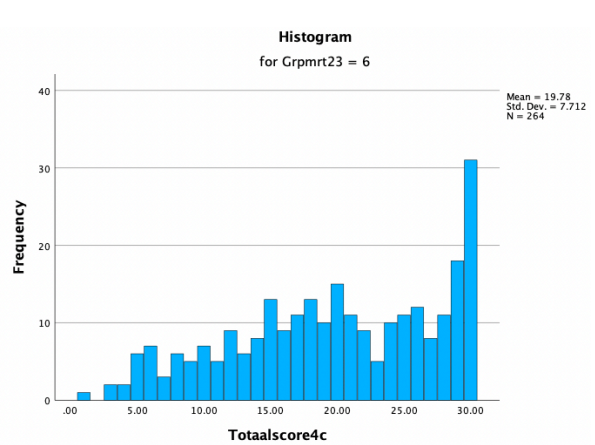
Figuur 9

Totaalscore groep 5 drempeltoets 4c



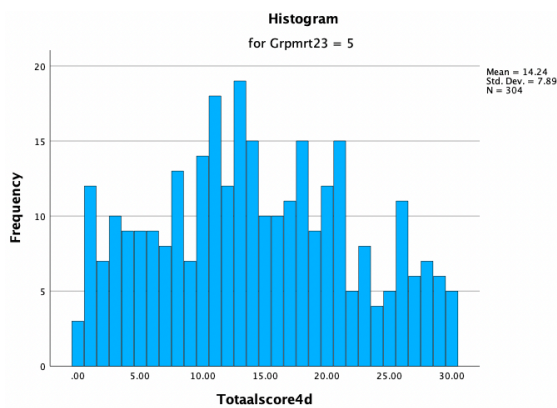
Figuur 10

Totaalscore groep 6 drempeltoets 4c



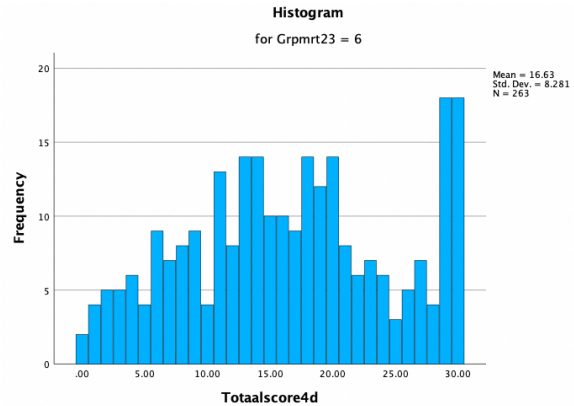
Figuur 11

Totaalscore groep 5 drempeltoets 4d



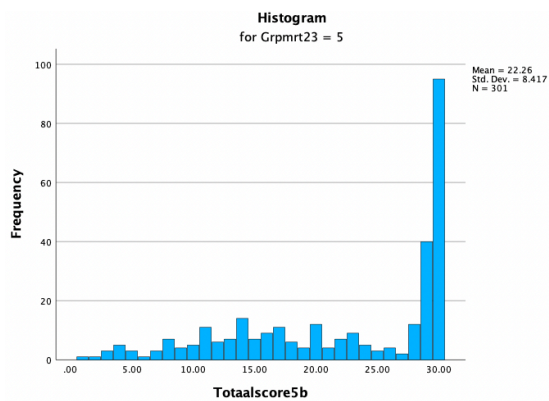
Figuur 12

Totaalscore groep 6 drempeltoets 4d



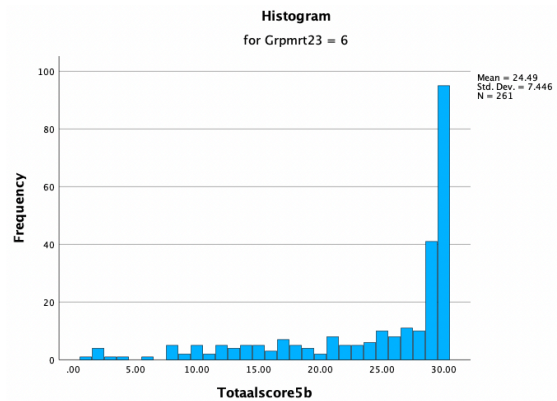
Figuur 13

Totaalscore groep 5 drempeltoets 5b



Figuur 14

Totaalscore groep 6 drempeltoets 5b



Uit de histogrammen komt naar voren dat de A.T.-R versie A en B voor zowel groep 5 als groep 6 behoorlijk normaal verdeeld zijn. De drempeltoetsen 3a, 3b en 5b laten een linksscheve verdeling zien, voor zowel groep 5 als groep 6. De drempeltoets 4c van groep 6 laat ook een linksscheve verdeling zien. De drempeltoetsen 4c en 4d in groep 5 en drempeltoets 4d in groep 6 laten geen optimale normale verdeling zien, maar de scheefheid is niet zo extreem vergeleken met de drempels 3 en 5.

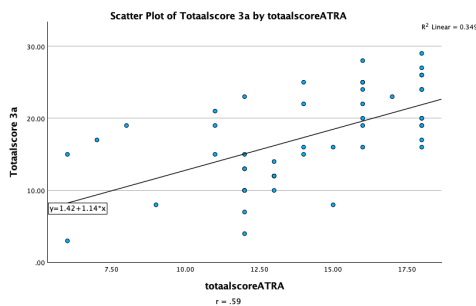
De independent samples t-test is uitgevoerd voor zowel groep 5 als groep 6 om het verschil te berekenen tussen de A.T.-R versie A en B en de rekendrempels. De 15% laagst scorende leerlingen behoren tot de categorie $\leq Pc 15$. De leerlingen die hoger scoren dan de laagste 15% behoren tot categorie $> Pc 15$. In de tabellen in bijlage 2 worden de verschillen per versie, per groep en per drempel weergegeven tussen de laagste 15% scorende leerlingen ($\leq Pc 15$) en de leerlingen die hoger scoren ($> Pc 15$). De effectgrootte van dat verschil wordt weergegeven aan de hand van de Cohen's d, waarbij rekening wordt gehouden met de assumptie van gelijke variantie (Levene's test). Uit de independent samples t-test komen, in

lijn met de eerder aangegeven verwachtingen, grote effectgroottes naar voren. Per hogere drempel neemt de effectgrootte toe. De grote effectgroottes geven evidentie voor het onderscheidend vermogen van de A.T.-R tussen de 15% laagstscorende en de hoger scorenden en dit is geldig voor zowel de A- als de B-versie en voor alle cruciale rekendrempels.

In totaal hebben 49 leerlingen van groep 5 een lage score op de A.T.-R versie A. In onderstaande figuren wordt weergegeven hoe (dis)harmonisch deze leerlingen scoren op de cruciale drempeltoetsen.

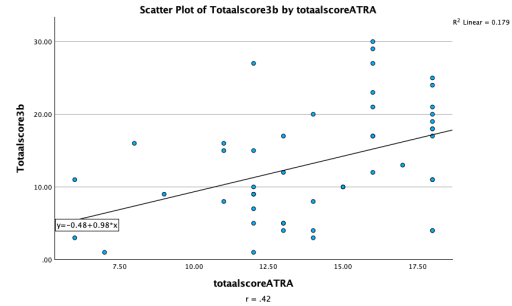
Figuur 15

Scatterplot drempeltoets 3a en A.T.-R versie A



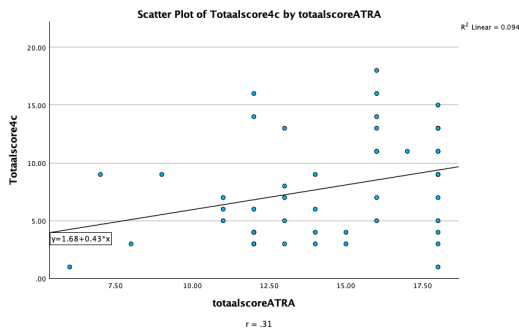
Figuur 16

Scatterplot drempeltoets 3b en A.T.-R versie A



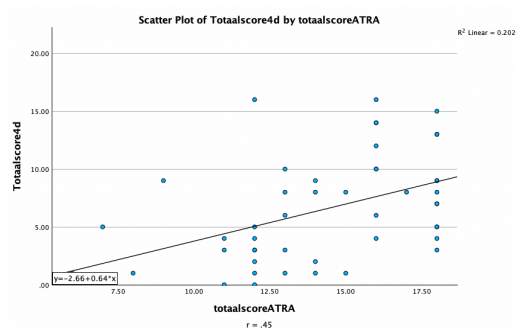
Figuur 17

Scatterplot drempeltoets 4c en A.T.-R versie A



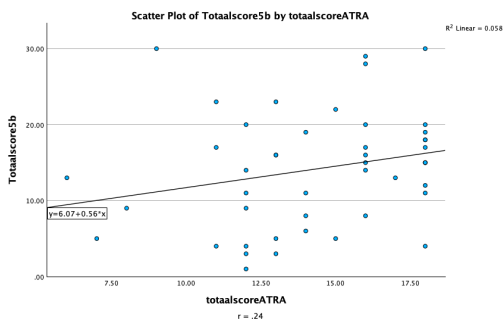
Figuur 18

Scatterplot drempeltoets 4d en A.T.-R versie A



Figuur 19

Scatterplot drempeltoets 5b en A.T.-R versie A

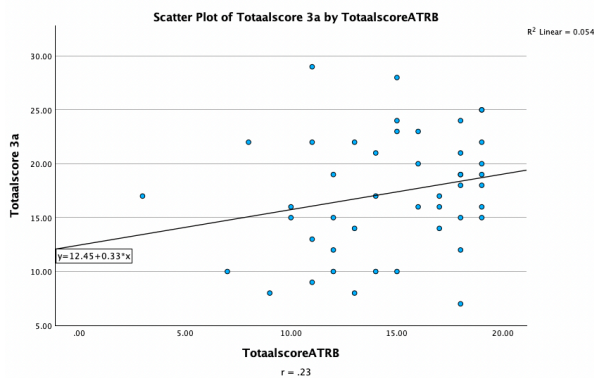


Uit de scatterplots van groep 5 blijkt dat 34,9% van de variantie tussen de A.T.-R versie A en drempeltoets 3a gemeenschappelijk is. De lineaire correlatie op drempeltoets 3a was middelmatig ($r = .59$). Tussen de A.T.-R versie A en drempeltoets 3b blijkt dat 17,9 % van de variantie gemeenschappelijk is met een lage lineaire correlatie ($r = .42$). Tussen de A.T.-R versie A en de drempeltoets 4c blijkt dat 9,4% van de variantie gemeenschappelijk is met een lage lineaire correlatie ($r = .31$). Op de drempeltoets 4d en de A.T.-R versie A blijkt dat 20,2% van de variantie gemeenschappelijk is met een lage lineaire correlatie ($r = .45$). Tussen de A.T.-R versie A en de drempeltoets 5b blijkt dat 5,8% van de variantie gemeenschappelijk is met een zwakke lineaire correlatie ($r = .24$).

In totaal hebben 46 leerlingen van groep 5 een lage score op de A.T.-R versie B. In onderstaande figuren wordt weergegeven hoe (dis)harmonisch deze leerlingen scores op de cruciale drempeltoetsen.

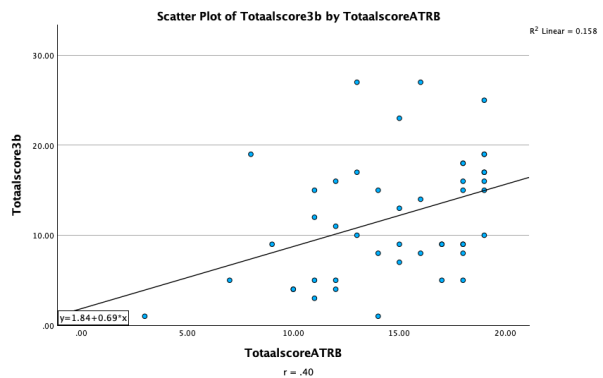
Figuur 20

Scatterplot drempeltoets 3a en A.T.-R versie B



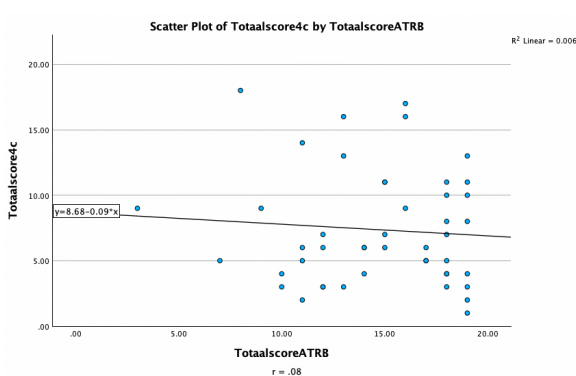
Figuur 21

Scatterplot drempeltoets 3b en A.T.-R versie B



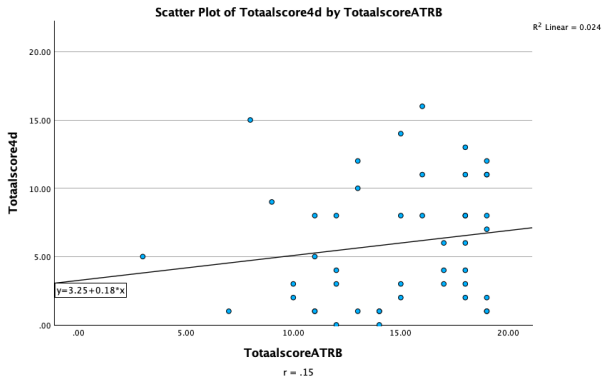
Figuur 22

Scatterplot drempeltoets 4c en A.T.-R versie B



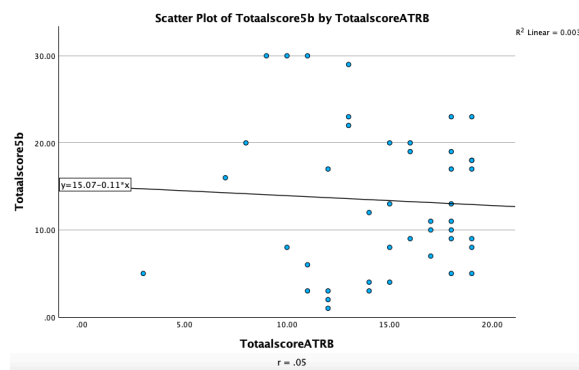
Figuur 23

Scatterplot drempeltoets 4d en A.T.-R versie B



Figuur 24

Scatterplot drempeltoets 5b en A.T.-R versie B

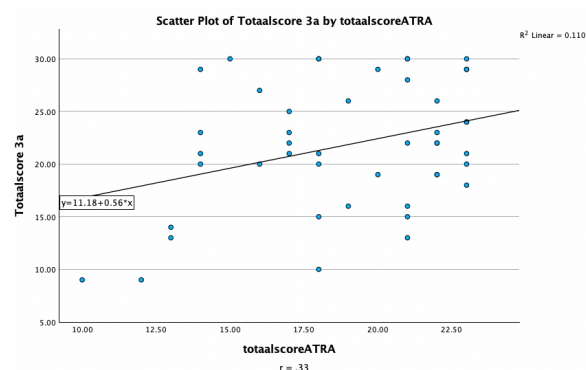


Uit de scatterplots van groep 5 blijkt dat 5,4% van de variantie tussen de A.T.-R versie B en drempeltoets 3a gemeenschappelijk is. De lineaire correlatie op drempeltoets 3a was zwak ($r = .23$). Tussen de A.T.-R versie B en drempeltoets 3b blijkt dat 15,8 % van de variantie gemeenschappelijk is met een lage lineaire correlatie ($r = .40$). Tussen de A.T.-R versie B en de drempeltoets 4c blijkt dat 0,6% van de variantie gemeenschappelijk is met een zeer zwakke lineaire correlatie ($r = .08$). Op de drempeltoets 4d en de A.T.-R versie B blijkt dat 2,4% van de variantie gemeenschappelijk is met een zwakke lineaire correlatie ($r = .15$). Tussen de A.T.-R versie B en de drempeltoets 5b blijkt dat 0,3% van de variantie gemeenschappelijk is met een zeer zwakke lineaire correlatie ($r = .05$).

In totaal hebben 46 leerlingen uit groep 6 een lage score op de A.T.-R versie A. In onderstaande figuren wordt weergegeven hoe (dis)harmonisch deze leerlingen scores op de cruciale drempeltoetsen.

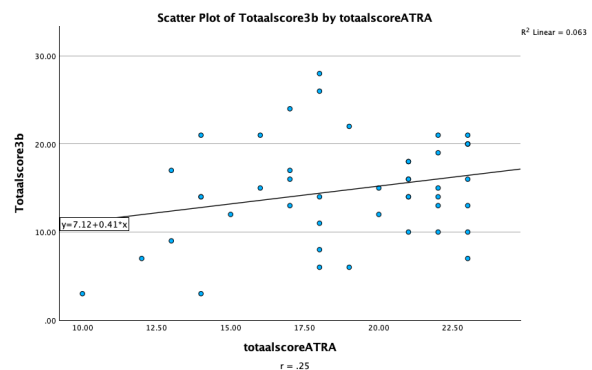
Figuur 25

Scatterplot drempeltoets 3a en A.T.-R versie A



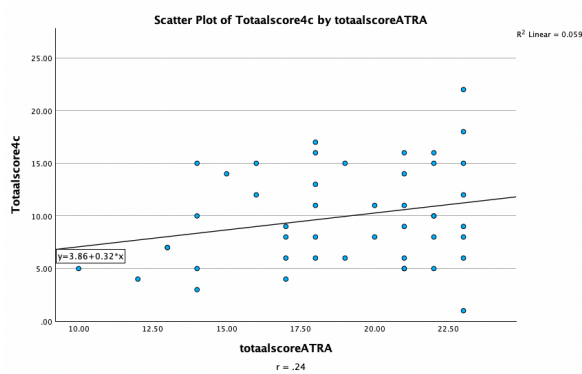
Figuur 26

Scatterplot drempeltoets 3b en A.T.-R versie A



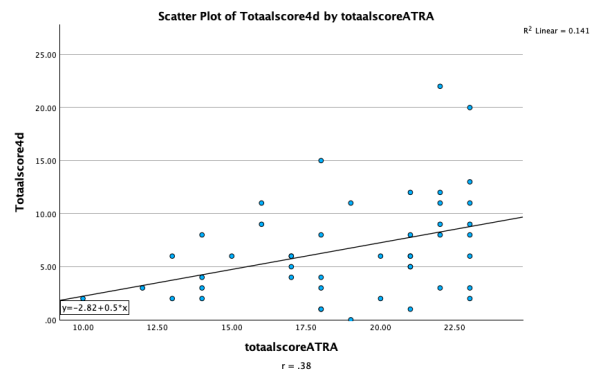
Figuur 27

Scatterplot drempeltoets 4c en A.T.-R versie A



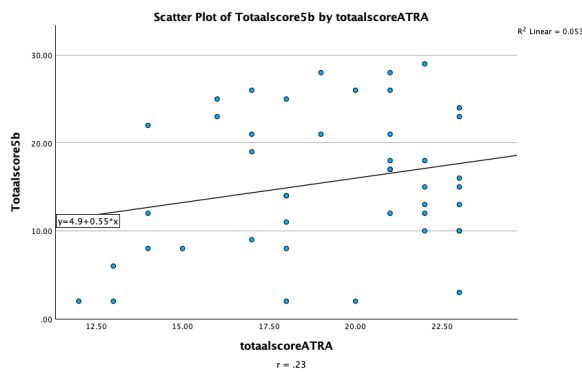
Figuur 28

Scatterplot drempeltoets 4d en A.T.-R versie A



Figuur 29

Scatterplot drempeltoets 5b en A.T.-R versie A

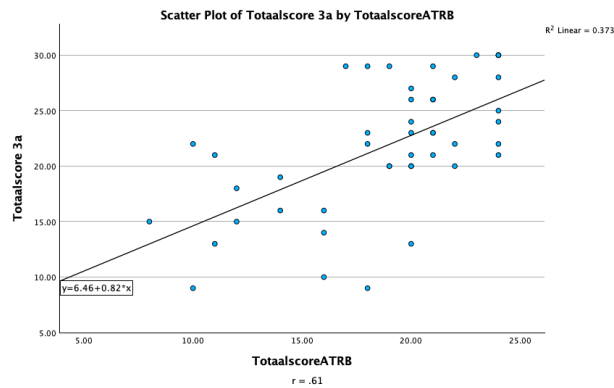


Uit de scatterplots van groep 6 blijkt dat 11,0% van de variantie tussen de A.T.-R versie A en drempeltoets 3a gemeenschappelijk is. De lineaire correlatie op drempeltoets 3a was laag ($r = .33$). Tussen de A.T.-R versie A en drempeltoets 3b blijkt dat 6,3 % van de variantie gemeenschappelijk is met een zwakke lineaire correlatie ($r = .25$). Tussen de A.T.-R versie A en de drempeltoets 4c blijkt dat 5,9% van de variantie gemeenschappelijk is met een zwakke lineaire correlatie ($r = .24$). Op de drempeltoets 4d en de A.T.-R versie A blijkt dat 14,1% van de variantie gemeenschappelijk is met een lage lineaire correlatie ($r = .38$). Tussen de A.T.-R versie A en de drempeltoets 5b blijkt dat 5,3% van de variantie gemeenschappelijk is met een zwakke lineaire correlatie ($r = .23$).

In totaal hebben 46 leerlingen uit groep 6 een lage score op de A.T.-R versie B. In onderstaande figuren wordt weergegeven hoe (dis)harmonisch deze leerlingen scores op de cruciale drempeltoetsen.

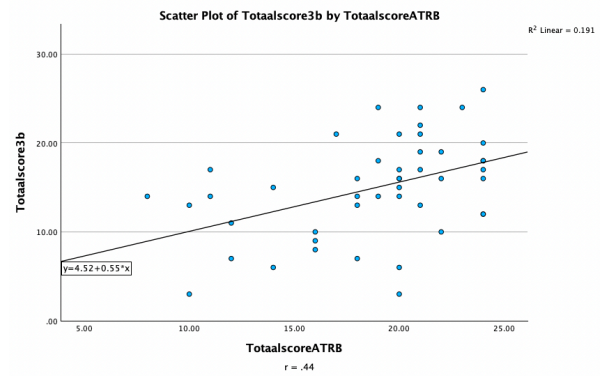
Figuur 30

Scatterplot drempeltoets 3a en A.T.-R versie B



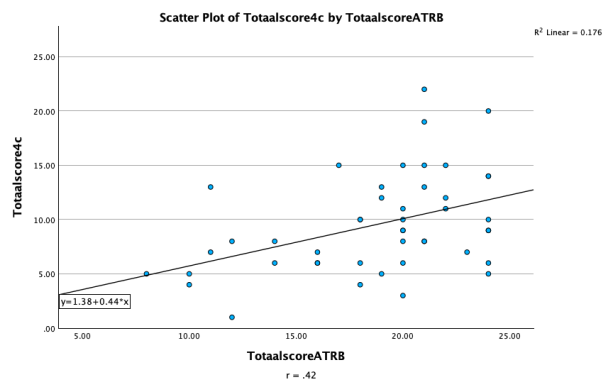
Figuur 31

Scatterplot drempeltoets 3b en A.T.-R versie B



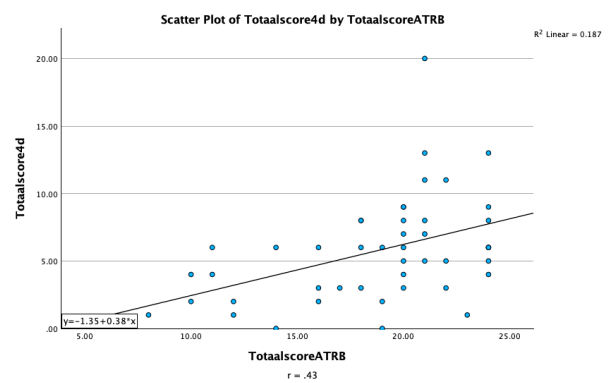
Figuur 32

Scatterplot drempeltoets 4c en A.T.-R versie B



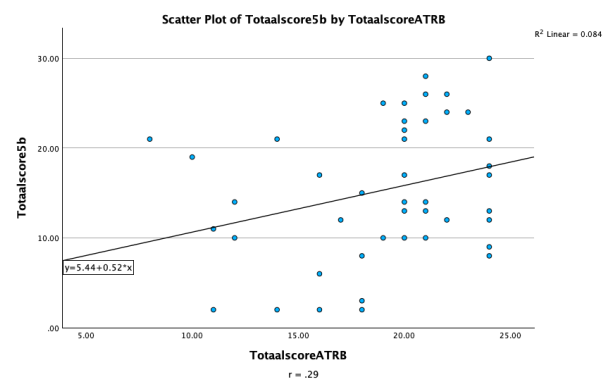
Figuur 33

Scatterplot drempeltoets 4d en A.T.-R versie B



Figuur 34

Scatterplot drempeltoets 5b en A.T.-R versie B



Uit de scatterplots van groep 6 blijkt dat 37,3% van de variantie tussen de A.T.-R versie B en drempeltoets 3a gemeenschappelijk is. De lineaire correlatie op drempeltoets 3a was middelmatig ($r = .61$). Tussen de A.T.-R versie B en drempeltoets 3b blijkt dat 19,1% van de variantie gemeenschappelijk is met een lage lineaire correlatie ($r = .44$). Tussen de A.T.-R versie B en de drempeltoets 4c blijkt dat 17,6% van de variantie gemeenschappelijk is

met een lage lineaire correlatie ($r = .42$). Op de drempeltoets 4d en de A.T.-R versie B blijkt dat 18,7% van de variantie gemeenschappelijk is met een lage lineaire correlatie ($r = .43$). Tussen de A.T.-R versie B en de drempeltoets 5b blijkt dat 8,4% van de variantie gemeenschappelijk is met een zwakke lineaire correlatie ($r = .29$).

Om de algehele samenhang tussen de automatiseringstoets en de drempeltoetsen nader in kaart te brengen, is de samenhang tussen de scores op de A.T.-R versie A en B en de drempeltoetsen voor alle leerlingen berekend door middel van Spearman's rho, voor groep 5 en voor groep 6. Dit wordt berekend door middel van Spearman's rho, omdat niet op alle drempels een normaalverdeling is gevonden, dit is een voorwaarde om de samenhang te berekenen met Pearson's correlatie. Dit is berekend om inzicht te krijgen in de samenhang tussen de scores op de A.T.-R versie A en B en de scores op de cruciale rekendrempels voor de hele onderzoeksgroep. Hieronder worden de resultaten in de tabellen weergegeven.

Tabel 2

Correlatie Spearman's rho Groep 5 Drempeltoetsen en A.T.-R versie A en A.T.-R versie B

| Groep 5 | A.T.-R versie A | | | A.T.-R versie B | | |
|---------|-----------------|-------------------------|--------------------------|-----------------|-------------------------|--------------------------|
| | N | Correlation coefficient | Significantie (1-tailed) | N | Correlation coefficient | Significantie (1-tailed) |
| 3a | 308 | .700 | < .001 | 302 | .719 | < .001 |
| 3b | 307 | .737 | < .001 | 302 | .745 | < .001 |
| 4c | 304 | .706 | < .001 | 302 | .755 | < .001 |
| 4d | 304 | .745 | < .001 | 302 | .768 | < .001 |
| 5b | 301 | .631 | < .001 | 299 | .670 | < .001 |

Tabel 3

Correlatie Spearman's rho Groep 6 Drempeltoetsen en A.T.-R versie A en A.T.-R versie B

| Groep 6 | A.T.-R versie A | | | A.T.-R versie B | | |
|---------|-----------------|-------------------------|--------------------------|-----------------|-------------------------|--------------------------|
| | N | Correlation coefficient | Significantie (1-tailed) | N | Correlation coefficient | Significantie (1-tailed) |
| 3a | 264 | .506 | < .001 | 264 | .507 | < .001 |
| 3b | 264 | .724 | < .001 | 264 | .719 | < .001 |
| 4c | 264 | .768 | < .001 | 264 | .757 | < .001 |
| 4d | 263 | .730 | < .001 | 263 | .753 | < .001 |
| 5b | 261 | .687 | < .001 | 261 | .686 | < .001 |

De samenhang geeft aan hoe goed de A.T.-R scores de drempelscores weerspiegelen. Voor zowel groep 5 als groep 6 is een significante samenhang gevonden tussen de A.T.-R versie A en alle drempeltoetsen ($p < .001$) en voor zowel groep 5 als groep 6 is een significante samenhang gevonden tussen de A.T.R versie B en alle drempeltoetsen ($p < .001$).

Uit de Spearman's rho voor groep 5 blijkt dat tussen de A.T.-R versie A en de drempeltoetsen 3a ($r_s = .700$), 3b ($r_s = .737$), 4c ($r_s = .706$) en 4d ($r_s = .745$) een hoge correlatie is en op de drempeltoets 5b is een middelmatige correlatie ($r_s = .631$). Voor groep 5 blijkt dat tussen de A.T.-R versie B en de drempeltoetsen 3a ($r_s = .719$), 3b ($r_s = .745$), 4c ($r_s = .755$) en 4d ($r_s = .768$) een hoge correlatie is en op de drempeltoets 5b is een middelmatige correlatie ($r_s = .670$). Voor groep 6 blijkt dat tussen de A.T.-R versie A en de drempeltoetsen 3a ($r_s = .506$) en 5b ($r_s = .687$) een middelmatige correlatie is en op de drempeltoetsen 3b ($r_s = .724$), 4c ($r_s = .768$) en 4d ($r_s = .730$) is een hoge correlatie. Voor groep 6 blijkt dat tussen de A.T.-R versie B en de drempeltoetsen 3a ($r_s = .507$) en 5b ($r_s = .686$) een middelmatige correlatie is en op de drempeltoetsen 3b ($r_s = .719$), 4c ($r_s = .757$) en 4d ($r_s = .753$) is een hoge correlatie.

Uit de scatterplots, bij de groep van de 15% laagst scorende, komt naar voren dat voor groep 5 een score op de A.T.-R versie A onvoldoende zegt over een score op de drempeltoetsen, door een lage samenhang. Een relatieve uitzondering is de waarde van de A.T.-R in relatie tot drempeltoets 3a, want daar is een middelmatige samenhang te zien. Voor groep 6 zegt een score op de A.T.-R versie A onvoldoende over een score op de drempeltoetsen, door een lage samenhang. Ook komt uit de scatterplots naar voren dat voor groep 5 een score op de A.T.-R versie B onvoldoende zegt over een score op de drempeltoetsen, door een lage samenhang. Deze trend is ook te zien bij groep 6 A.T.-R versie B, behalve bij drempeltoets 3a, want daar is middelmatige samenhang te zien.

Voor de gehele onderzoeksgroep (dus niet de laagste 15% scorende leerlingen, maar voor alle leerlingen) komt naar voren dat een score voor zowel groep 5 als groep 6 op de A.T.-R versie A en B voldoende zegt over een score op de drempeltoetsen. Voor groep 5 is het verband het zwakst met drempel 5b; bij groep 6 is het verband het zwakst met drempel 3a en met drempel 5b. De uiteenlopende en de zwak tot middelmatige samenhangen tussen de A.T.-R scores en de scores op de cruciale drempels geven aan dat de A.T.-R een eerste beeld kan geven, maar zeker geen evidentie over het al dan niet beheersen van één of meerdere cruciale drempels. Om meer inzicht te krijgen in de factoren die al dan niet een rol spelen tijdens het maken van de automatiseringstoets is een kwalitatieve foutenanalyse op itemniveau van belang.

Foutenanalyse

Met behulp van de foutenanalyse wordt antwoord gegeven op de deelvraag: ‘Welk scorepatroon op itemniveau zien we bij een leerling uit groep 5 of 6 met een lage A.T.-R score op de cruciale rekendrempels? Zijn er gemeenschappelijke (fouten)patronen te onderkennen op de diverse toetsen?’ In de twee volgende casussen, één leerling uit groep 5 en één leerling uit groep 6, wordt weergegeven op itemniveau welk scorepatroon te zien is bij een lage A.T.-R score op versie A en B en de cruciale rekendrempels. Daarin wordt er gekeken naar welke gemeenschappelijke (fouten)patronen te herkennen zijn.

In groep 5 heeft een leerling (X) een lage score op de A.T.-R versie A (totaalscore 18) en versie B (totaalscore 19). Op de drempeltoetsen 3a, 3b en 5b scoort leerling X een hoge score en op de drempeltoetsen 4c en 4d een middelmatige score. De leerling valt niet in de groep laagste 15% scorende op de drempels, het onderzoek van Sterenborg (2024).

Op de A.T.-R versie A maakt leerling X vier fouten en vanaf item 21 tot en met item 60 wordt niks meer ingevuld en op de A.T.-R versie B vijf fouten en wordt na item 19 tot en met item 60 niks meer ingevuld. Op de drempeltoets 3a maakt de leerling geen fouten, maar wordt er na item 23 tot en met item 30 niks meer ingevuld, op de drempeltoets 3b drie fouten en vult alles in, op de drempeltoets 4c geen fouten en vult na item 17 tot en met item 30 niks meer in, op de drempeltoets 4d acht fouten en vult na item 21 tot en met item 30 niks meer in en op de drempeltoets 5b één fout, maar vult alles in. Hieronder wordt in de tabellen 4, 5, 6, 7 en 8 per toets weergegeven welk antwoord leerling X heeft ingevoerd en welk antwoord goed was.

Tabel 4

Groep 5 Leerling X foutenanalyse A.T.-R versie A

| A.T.-R versie A | Item 13 | Item 14 | Item 15 | Item 19 |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| Som | $67 - 10 =$ | $56 - 30 =$ | $89 - 50 =$ | $5 + 7 =$ |
| Antwoord leerling X | 77 | 86 | 149 | 13 |
| Goede antwoord | 57 | 26 | 39 | 12 |

Tabel 5

Groep 5 Leerling X foutenanalyse A.T.-R versie B

| A.T.-R versie B | Item 10 | Item 11 | Item 14 | Item 15 | Item 16 |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Som | $28 + 40 =$ | $37 + 60 =$ | $67 - 30 =$ | $78 - 50 =$ | $89 - 60 =$ |
| Antwoord leerling X | 66 | 17 | 97 | 108 | 20 |
| Goede antwoord | 68 | 97 | 37 | 28 | 29 |

Tabel 6*Groep 5 Leerling X foutenanalyse Drempeltoets 3b*

| | | | |
|---------------------|------------|------------|------------|
| Drempeltoets 3b | Item 1 | Item 8 | Item 25 |
| Som | $18 - 9 =$ | $15 - 9 =$ | $14 - 6 =$ |
| Antwoord leerling X | 4 | 9 | 4 |
| Goede antwoord | 9 | 6 | 8 |

Tabel 7*Groep 5 Leerling X foutenanalyse Drempeltoets 4d*

| | | | | | | | | |
|---------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Drempeltoets 4d | Item 4 | Item 6 | Item 7 | Item 11 | Item 12 | Item 14 | Item 15 | Item 20 |
| Som | $86 - 9 =$ | $55 - 9 =$ | $96 - 7 =$ | $44 - 5 =$ | $34 - 8 =$ | $65 - 9 =$ | $54 - 8 =$ | $44 - 9 =$ |
| Antwoord leerling X | 72 | 49 | 84 | 36 | 66 | 59 | 49 | 54 |
| Goede antwoord | 77 | 46 | 89 | 39 | 26 | 56 | 46 | 35 |

Tabel 8*Groep 5 Leerling X foutenanalyse Drempeltoets 5b*

| | |
|---------------------|----------------|
| Drempeltoets 5b | Item 22 |
| Som | $8 \times 7 =$ |
| Antwoord leerling X | 66 |
| Goede antwoord | 56 |

Leerling X telt bij de A.T.-R versie A bij items 13 en 14 op in plaats van eraf. Bij item 15 ook en maakt daarbij een telfout in de tientallen. Bij item 19 maakt leerling X een telfout in de eenheden. Bij de A.T.-R versie B maakt de leerling bij item 10 een telfout in de eenheden en bij item 11 een minsom in plaats van een plussom, met daarin ook een telfout in de tientallen. Bij item 14 telt de leerling op in plaats van af. Bij item 15 ook en maakt daarbij een telfout in de tientallen. Bij item 16 houdt de leerling alleen rekening met het tiental en niet met de eenheden. Op de drempeltoets 3b maakt leerling X bij item 1, 8 en 25 een telfout in de eenheden. Op de drempeltoets 4d maakt de leerling bij item 4, 6, 7, 11, 14 en 15 een telfout met de eenheden, bij item 12 een telfout met het tiental en bij item 20 wordt opgeteld in plaats van afgetrokken met een telfout in de eenheden. Op de drempeltoets 5b telt de leerling bij item 22 een tiental te ver door.

In groep 6 heeft een leerling (Y) een lage score op de A.T.-R. versie A (totaalscore 19) en versie B (totaalscore 21). Op de drempeltoetsen 3a, 3b en 5b scoort leerling Y een hoge score en op de drempeltoetsen 4c en 4d een middelmatige score. De leerling valt niet in de

groep laagste 15% scorende op de drempels, het onderzoek van Sterenberg (2024).

Op de A.T.-R versie A maakt leerling Y in totaal één fout en vanaf item 21 wordt niks meer ingevuld en op de A.T.-R versie B vijf fouten en na item 27 wordt niks meer ingevuld. Op de drempeltoets 3a maakt leerling Y drie fouten en vult item 30 niet in, op de drempeltoets 3b vier fouten en vult vanaf item 27 niks meer in, op de drempeltoets 4c zes fouten en vult vanaf item 22 niks meer in, op de drempeltoets 4d zes fouten en vult vanaf item 18 niks meer in en op de drempeltoets 5b twee fouten, maar vult wel alles in. Hieronder worden de antwoorden in de tabellen 9, 10, 11, 12, 13, 14 en 15 per toets weergegeven.

Tabel 9

Groep 6 Leerling Y foutenanalyse A.T.-R versie A

| | |
|---------------------|-----------|
| A.T.-R versie A | Item 9 |
| Som | 46 + 20 = |
| Antwoord leerling Y | 56 |
| Goede antwoord | 66 |

Tabel 10

Groep 6 Leerling Y foutenanalyse A.T.-R versie B

| | | | | | |
|---------------------|-----------|---------|----------|----------|----------|
| A.T.-R versie B | Item 16 | Item 19 | Item 22 | Item 24 | Item 26 |
| Som | 89 – 60 = | 4 + 8 = | 13 – 7 = | 15 – 8 = | 17 – 9 = |
| Antwoord leerling Y | 19 | 11 | 5 | 8 | 12 |
| Goede antwoord | 29 | 12 | 6 | 7 | 8 |

Tabel 11

Groep 6 Leerling Y foutenanalyse Drempeltoets 3a

| | | | |
|---------------------|---------|---------|---------|
| Drempeltoets 3a | Item 12 | Item 25 | Item 29 |
| Som | 6 + 7 = | 5 + 7 = | 4 + 9 = |
| Antwoord leerling Y | 12 | 13 | 12 |
| Goede antwoord | 13 | 12 | 13 |

Tabel 12

Groep 6 Leerling Y foutenanalyse Drempeltoets 3b

| | | | | |
|---------------------|----------|----------|----------|----------|
| Drempeltoets 3b | Item 14 | Item 18 | Item 20 | Item 26 |
| Som | 17 – 8 = | 13 – 9 = | 12 – 6 = | 16 – 9 = |
| Antwoord leerling Y | 10 | 5 | 5 | 9 |
| Goede antwoord | 9 | 4 | 6 | 7 |

Tabel 13*Groep 6 Leerling Y foutenanalyse Drempeltoets 4c*

| | | | | | | |
|---------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Drempeltoets 4c | Item 2 | Item 7 | Item 14 | Item 15 | Item 17 | Item 20 |
| Som | $57 + 8 =$ | $19 + 4 =$ | $73 + 9 =$ | $58 + 7 =$ | $83 + 9 =$ | $76 + 9 =$ |
| Antwoord leerling Y | 63 | 24 | 81 | 64 | 91 | 86 |
| Goede antwoord | 65 | 23 | 82 | 65 | 92 | 85 |

Tabel 14*Groep 6 Leerling Y foutenanalyse Drempeltoets 4d*

| | | | | | | |
|---------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Drempeltoets 4d | Item 11 | Item 13 | Item 14 | Item 15 | Item 16 | Item 17 |
| Som | $44 - 5 =$ | $84 - 5 =$ | $65 - 9 =$ | $54 - 8 =$ | $94 - 7 =$ | $35 - 8 =$ |
| Antwoord leerling Y | 38 | 78 | 57 | 47 | 86 | 7 |
| Goede antwoord | 39 | 79 | 56 | 46 | 87 | 27 |

Tabel 15*Groep 6 Leerling Y foutenanalyse Drempeltoets 5b*

| | | |
|---------------------|----------------|----------------|
| Drempeltoets 5b | Item 1 | Item 30 |
| Som | $6 \times 6 =$ | $3 \times 8 =$ |
| Antwoord leerling Y | 12 | 25 |
| Goede antwoord | 36 | 24 |

Leerling Y maakt bij A.T.-R versie A item 9 een telfout in de tientallen. Bij de A.T.-R versie B bij item 16 ook en bij item 19, 22, 24 en 26 maakt de leerling een telfout in de eenheden. Op de drempeltoets 3a maakt de leerling een telfout met de eenheden bij item 12, 25 en 29, ook op de drempeltoets 3b bij item 14, 18, 20 en 26 en op de drempeltoets 4c op de items 2, 7, 14, 15, 17 en 20. Op de drempeltoets 4d maakt de leerling op item 11, 13, 14, 15 en 16 een telfout met de eenheden en bij item 17 een telfout met de tientallen. Op de drempeltoets 5b maakt de leerling op item 1 een rekenfout, telt op in plaats van vermenigvuldigen, en op item 30 een telfout in de eenheden.

Conclusie

Het doel van het onderzoek was om te kijken naar hoe de samenhang is tussen een lage score op de A.T.-R en de cruciale rekendrempels: 3a, 3b, 4c, 4d en 5b. Er is daarbij gekeken of het beeld van een lage A.T.-R score ook terugzien in alle cruciale rekendrempels.

Uit de resultaten komt naar voren dat er samenhang is tussen de laagste 15% scorende op de A.T.-R versie A en drempeltoets 3a voor groep 5, maar niet met de andere drempeltoetsen en ook niet met A.T.-R versie B en de drempeltoetsen. Voor groep 6 hangt een lage score op A.T.-R versie A niet samen met de drempeltoetsen en A.T.-R versie B hangt alleen samen met drempeltoets 3a, maar niet met de andere drempeltoetsen. Vanuit deze resultaten kan ook antwoord worden gegeven op de onderzoeksvraag, namelijk dat alleen voor groep 5 A.T.-R versie A en voor groep 6 A.T.-R versie B een harmonische score met drempeltoets 3a laat zien. De rest van de scores op de andere toetsen, laten een disharmonische score zien.

Om antwoord te geven op de onderzoeksvraag is gekeken naar de normaalverdeling van de toetsen. Hieruit kwam naar voren dat de drempeltoetsen 4c en 4d voor groep 5 en drempeltoets 4d voor groep 6 geen optimale normale verdeling laten zien. Dit komt omdat deze drempels lastiger zijn voor leerlingen en daardoor zijn de scores lager dan bij de andere drempels. Dit geeft ook het cumulatieve karakter van het rekenen weer, zoals Meijerink (2008) aangaf. Als tweede is de independent samples t-test uitgevoerd en hieruit komt naar voren dat per hogere drempel de effectgrootte toeneemt. Een lage score op de A.T.-R zorgt voor steeds meer achterstand. Per drempel wordt het lastiger om de eerder opgelopen vertraging in te halen. Zoals Ruijsenaars et al. (2017) aangaven bouwen de drempels op elkaar voort en zorgt een tekort in één van de drempels voor een opeenstapeling aan tekorten. Als laatste is ook de samenhang berekend voor alle leerlingen en blijkt dat een score op de A.T.-R versie A en B voldoende zegt over de scores van de leerlingen op de drempeltoetsen.

De verwachting van het onderzoek was dat leerlingen met een lage score op de A.T.-R ook laag scoren op de drempeltoetsen. Uit de resultaten van dit onderzoek blijkt dat dit niet altijd het geval hoeft te zijn.

Om antwoord te geven op de laatste deelvraag is een foutenanalyse afgenomen. De lage score op de A.T.-R versie A en B heeft te maken met het niet volledig invullen van de toets, de telfouten in de eenheden en voor leerling X uit groep 5 het optellen in plaats van aftrekken.

Discussie

Dit onderzoek is belangrijk, omdat de projectgroep graag wilde weten in hoeverre een lage score op de A.T.-R samenhangt met de drempeltoetsen. Deze informatie is nodig voor het inzetten van de A.T.-R in de onderwijspraktijk en voor het maken van de normtabellen.

Dit onderzoek kent een aantal beperkingen. Ten eerste is er geen zicht geweest op de afname van de toetsen. Dit onderzoek is ervan uitgegaan dat de afnameprocedure helder was voor de leerkrachten. Het kan zijn dat de toetsen onjuist zijn afgenomen of dat de omstandigheden waarin de toetsen zijn afgenomen niet goed waren. Zoals concentratie, het weer of geluidsoverlast. Dit onderzoek is ervan uitgegaan dat de leerkracht deze omstandigheden zo optimaal mogelijk heeft gemaakt, maar dat hoeft niet zo te zijn. Ook is de toets een momentopname en kan het zo zijn dat de leerling op een andere dag de toets beter of slechter had gemaakt. Ten tweede is het niet zeker of alle scholen de toetsen op twee verschillende momenten in maart hebben afgenomen. Eerst de A.T.-R versie A en de drempeltoetsen 3a en 3b en op een ander moment de A.T.-R versie B en de drempeltoetsen 4c, 4d en 5b. Op de toetsen zijn namelijk niet altijd twee afnamedata terug te vinden. Ten derde kan tijdens het invoeren van de data fouten zijn gemaakt. Zo kan een cijfer verkeerd ingevoerd zijn, omdat sommige geschreven cijfers op elkaar lijken. Door de onderzoeker is dit niet gecontroleerd. Ten vierde bleek aan het eind van het onderzoek dat één school wellicht de A.T.-R verkeerd heeft afgenomen, twee minuten per bladzijde in plaats van twee minuten voor de gehele A.T.-R. Het is niet met zekerheid te zeggen dat deze school de A.T.-R verkeerd heeft afgenomen, maar gezien de ruwe data lijkt dit aannemelijk. Het is belangrijk om dit tijdens eventueel vervolgonderzoek na te vragen bij de school. Mocht dit niet lukken is het aan te bevelen om deze data niet mee te nemen in vervolgonderzoek. Voor de betrouwbaarheid van dit onderzoek was het beter geweest deze data niet mee te nemen. Echter omdat achteraf pas bleek dat dit het geval was, is dat voor dit onderzoek niet gelukt.

Aanbevelingen

Een aanbeveling uit dit onderzoek is om op het moment dat een score laag is op de A.T.-R, dan ook de drempeltoetsen af te nemen om te analyseren op welke drempel de leerling specifiek uitvalt. Een lage score op de A.T.-R versie A of B zegt namelijk niet altijd dat er ook een lage score is op de drempeltoetsen. Een leerling kan dan alsnog wel hoog scoren op de drempeltoetsen. De thesis van Sterenborg (2024) zal hier meer over uitwijzen, omdat in dat onderzoek wordt getoetst of een lage drempelscore ook samenhangt met een A.T.-R score.

Voor eventueel vervolgonderzoek wordt aanbevolen om dit onderzoek te vergelijken

met het onderzoek van Sterenborg (2024) en te analyseren in hoeverre de A.T.-R de leerlingen er voldoende uithaalt die laag scoren op de drempels.

In dit onderzoek is er in de foutenanalyse gekeken naar de gemaakte fouten van leerling X en Y. Minnaert en Vermunt (2006) stellen echter dat bij een foutenanalyse gekeken moet worden naar de tekorten en de handelingen van de leerling. Daarnaast geven Ruijsenaars et al. (2017) aan dat het belangrijk is om de feitenkennis en procedurele kennis in kaart te brengen, omdat een tekort hierin zorgt voor een lager resultaat. Om erachter te komen hoe de leerling bepaalde sommen aanpakt en om een compleet beeld te krijgen van de oplossingsprocedure en denkfouten, is het van belang een vervolgonderzoek, middels een hardop-denkmethode en/of door observatie, te doen waarbij wordt gekeken naar de tekorten en handelingen van de leerling.

Dit onderzoek heeft zich beperkt gericht op de regio's Noord en Oost en op groep 5 en 6, wellicht kan er voor vervolgonderzoek gekeken worden naar heel Nederland (alle regio's) en wellicht ook de groepen 4, 7 en 8. Daarnaast wordt ook aanbevolen om het huidige onderzoek te vergelijken met de afname van november 2023. In dat onderzoek kan onderzocht worden in hoeverre de resultaten overeenkomen.

Literatuurlijst

- Bandstra, P., Danhof, W., Faber, S., Minnaert, A., & Ruijssenaars, W. (2013). *Leerbaarheid van hoofdrekenen*.
https://bareka.nl/wpcontent/uploads/2015/12/Rapport_Leerbaarheid_Hoofdrekenen_-_definitieve_versie_-_21-5-13.pdf
- Bynner, J., & Parsons, S. (2001). Qualifications, basic skills and accelerating social exclusion. *Journal of Education and Work*, 14(3), 279-291.
- Cito. (2022). Cito Volgstelsysteem primair en (voortgezet) speciaal onderwijs. In *Computerprogramma LOVS*.
https://cito.nl/media/ms5ksmm1/cito_lvs4_handleiding_v414_computerprogramma_lovs.pdf
- Danhof, W., Bandstra, P., Faber, S., Minnaert, A., Ruijssenaars, W. (2012). *Leerbaarheid van hoofdrekenen, rekenachterstanden en automatiseringstekorten*. Eerste resultaten met betrekking tot het Voortgezet Onderwijs. *Remediaal*, 12(5-6), 10-13.
- Danhof, W., Bandstra, P., & Hofstetter, W. (2015). Rekendrempels nemen. *Volgens Bartjens*, 3. https://bareka.nl/wp-content/uploads/2015/12/Artikel-Volgens-Bartjens_Rekendrempels_nemen.pdf
- Danhof, W., Bandstra, P., Milo, B., Mushati-Hamadani, E., Minnaert, A., & Ruijssenaars, W. (2008). Onderzoeksproject leerbaarheid van hoofdrekenen: naar criteria voor differentiatie en/of planning. *Panamapost. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het rekenen- wiskunde onderwijs*, 27, 2, 24 -28.
- De Vries, R. B. (2021). *Betrouwbaarheid en validiteit van de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R)* [Masterscriptie]. Rijksuniversiteit Groningen.
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, 32(3), 250–263.
<https://doi.org/10.1097/dbp.0b013e318209edef>
- Gerrits, P., & Noteboom, A. (2018). Rekenen op je basisvaardigheden: Automatiseren en memoriseren. *JSW*.
- Inspectie van het Onderwijs (2022). *Staat van het Onderwijs 2022*. Geraadpleegd van <https://www.onderwijsinspectie.nl/documenten/rapporten/2022/04/13/de-staat-van-het-onderwijs-2022>

- Inspectie van het onderwijs (2023a). *De Staat van het Onderwijs 2023*. Geraadpleegd van <https://www.onderwijsinspectie.nl/documenten/rapporten/2023/05/10/rapport-de-staat-van-het-onderwijs-2023>
- Inspectie van het Onderwijs (2023b). *Peil. Taal en rekenen. Einde bo, sbo en so 2021/2022*.
- Meelissen, M. R. M., Maassen, N. A. M., Gubbels, J., van Langen, A. M. L., Valk, J., Dood, C., Derks, I., In 't Zandt, M., & Wolbers, M. (2023). Resultaten PISA-2022 in vogelvlucht. Universiteit Twente – 2023 <https://doi.org/10.3990/1.9789036559461>
- Meelissen, M. R. M., & Punter, R. A. (2016). *Twintig jaar TIMSS: ontwikkelingen in leerlingprestaties in de exacte vakken in het basisonderwijs 1995-2015*. University of Twente.
- Meijerink, H. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen. Enschede: SLO
- Metsämuuronen, J., & Ukkola, A. (2022). Rudimentary stages of the mathematical thinking and proficiency. *LUMAT*, *10*(2). <https://doi.org/10.31129/lumat.10.2.1632>
- Minnaert, A., & Vermunt, J. D. (2006). 25 Jaar Onderwijspsychologie in Nederland en Vlaanderen in de periode 1980 tot 2005: Trends, pendels en grensverleggers. *Pedagogische Studien*, *83*(4), 260–277. <https://pedagogischestudien.nl/download?type=document&identificer=616767>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). TIMSS 2015 International Results in Mathematics. Verkregen via <https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/wp-content/uploads/filebase/full%20pdfs/T15-International-Results-in-Mathematics.pdf>
- Ruijsenaars, A. J. J. M., Van Luit, J. E. H., Lieshout, E. C. D. M., & Kroesbergen, E. H. (2021). *Handboek Dyscalculie en rekenproblemen: Een dynamisch ontwikkelingsperspectief*. Lemniscaat.
- Ruijsenaars, W., Hofstetter, W., Danhof, W., & Minnaert, A. (2017). Automatisering van basale rekenkennis en het ontstaan van rekenproblemen: Drempels in het tot stand komen van feitenkennis en procedurele kennis. *Orthopedagogiek: Onderzoek en Praktijk*, *56*(3), 71-85.
- Smith, J. M. (2023). Supporting metacognitive talk during collaborative problem solving: a case study in Scottish primary school mathematics. *Education 3-13*, 1–16. <https://doi.org/10.1080/03004279.2023.2187670>

- Sterenborg., K. (2024). *Automatiseringsproblemen in het Basisonderwijs: een onderzoek naar de samenhang tussen de scores op de Drempeltoets Rekenen en de Automatiseringstoets Rekenen.*
- Toll, S. W. M., Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2011). Executive functions as predictors of math learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 44*, 521–532. doi:10.1177/0022219410387302
- Toll, S. W., & Van Luit, J. E. H. (2014). The developmental relationship between language and low early numeracy skills throughout kindergarten. *Exceptional Children, 81*(1), 64–78. <https://doi.org/10.1177/0014402914532233>
- Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2012). Numerical magnitude representations and individual differences in children's arithmetic strategy use. *Mind, Brain, and Education, 6*(3), 129-136.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en dyscalculie*. Koninklijke Van Gorcum.
https://erwd.nl/_downloads/protocol-ernstige-reken-wiskundeproblemen-en-dyscalculie/basisonderwijs/protocol-erwd-po-bso-so.pdf
- Van Hoogmoed, A., Hofstetter, W., Post, W., Ruijssenaars, W., & Minnaert, A. (2021). Het belang van automatiseren: Als rekenen niet wil vlotten. *Jeugd in School en Wereld, 106*(1), 32–35. <https://www.jsw.nl/rekenen-wiskunde/het-belang-van-automatiseren/>

Bijlage 1

Tabel 16

Aantal sommen en somtypes van de A.T.-R gekoppeld aan het drempelmodel

| Rij | Drempel | Somtype | Aantal sommen |
|------------|----------------|--|----------------------|
| 1 | 1a | Optellen tot 10 | 4 |
| 2 | 1b | Aftrekken tot 10 | 4 |
| 3 | 4a | Optellen met tientallen | 4 |
| 4 | 4b | Aftrekken met tientallen | 4 |
| 5 | 3a | Optellen met overschrijding van het tiental (tot 20) | 4 |
| 6 en 7 | 3b | Aftrekken met overschrijding van het tiental (tot 20) | 8 |
| 8, 9 en 10 | 5b | Moeilijke keersommen | 12 |
| 11 en 12 | 5d | Moeilijke deelsommen | 8 |
| 13 en 15 | 4c | Optellen met overschrijding van het tiental (tot 100) | 8 |
| 14 | 4d | Aftrekken met overschrijding van het tiental (tot 100) | 4 |

Noot. Overgenomen uit *Betrouwbaarheid en validiteit van de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R)* (p. 10), door R. B. De Vries, 2021. Copyright z.d., onbekend.

Bijlage 2

De independent samples t-test is uitgevoerd voor zowel groep 5 als groep 6 om het verschil te berekenen tussen de A.T.-R versie A en B en de rekendrempels. De 15% laagste scorende behoren tot de categorie \leq Pc 15. De leerlingen die hoger scoren dan de laagste 15% behoren tot categorie $>$ Pc 15. In de tabellen hieronder worden de verschillen per versie, per groep en per drempel weergegeven tussen de laagste 15% scorende leerlingen (\leq Pc 15) en de leerlingen die hoger scoren ($>$ Pc 15). De effectgrootte van dat verschil wordt weergegeven aan de hand van de Cohen's d, waarbij rekening wordt gehouden met de assumptie van gelijke variantie (Levene's test). De resultaten worden in de tabellen 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 en 24 weergegeven.

Tabel 17

Statistics Groep 5 A.T.-R versie A

| Groep 5 | A.T.-R A | N | Mean | SD |
|---------|--------------|-----|-------|------|
| 3a | $>$ Pc 15 | 259 | 26.93 | 4.73 |
| | \leq Pc 15 | 49 | 17.41 | 6.46 |
| 3b | $>$ Pc 15 | 259 | 23.45 | 7.05 |
| | \leq Pc 15 | 48 | 13.35 | 7.82 |
| 4c | $>$ Pc 15 | 257 | 17.46 | 7.14 |
| | \leq Pc 15 | 47 | 7.79 | 4.47 |
| 4d | $>$ Pc 15 | 257 | 15.65 | 7.55 |
| | \leq Pc 15 | 47 | 6.51 | 4.56 |
| 5b | $>$ Pc 15 | 255 | 23.72 | 7.72 |
| | \leq Pc 15 | 46 | 14.15 | 7.55 |

Tabel 18

Independent samples t-test Groep 5 A.T.-R versie A

| Groep 5 | Levene's test for Equality of Variances | t | df | One-sided p | Cohen's d |
|----------|---|--------|--------|-------------|-----------|
| A.T.-R A | Significantie | | | | |
| 3a | $<$.001 | 9.839 | 58.111 | $<$.001 | 5.04 |
| 3b | .374 | 8.953 | 305 | $<$.001 | 7.17 |
| 4c | .001 | 12.252 | 95.220 | $<$.001 | 6.80 |
| 4d | $<$.001 | 11.222 | 99.225 | $<$.001 | 7.17 |
| 5b | .252 | 7.768 | 299 | $<$.001 | 7.69 |

Tabel 19*Statistics Groep 5 A.T.-R versie B*

| Groep 5 | A.T.-R B | N | Mean | SD |
|---------|----------|-----|-------|------|
| 3a | > Pc 15 | 262 | 26.85 | 5.02 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 17.28 | 5.48 |
| 3b | > Pc 15 | 261 | 23.61 | 6.94 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 11.97 | 6.70 |
| 4c | > Pc 15 | 258 | 17.49 | 7.06 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 7.37 | 4.33 |
| 4d | > Pc 15 | 258 | 15.72 | 7.44 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 5.93 | 4.51 |
| 5b | > Pc 15 | 257 | 23.77 | 7.46 |
| | ≤ Pc 15 | 44 | 13.41 | 8.32 |

Tabel 20*Independent samples t-test Groep 5 A.T.-R versie B*

| Groep 5 | Levene's test for Equality of Variances | t | df | One-sided p | Cohen's d |
|----------|---|--------|--------|-------------|-----------|
| A.T.-R B | Significantie | | | | |
| 3a | .148 | 11.757 | 306 | < .001 | 5.09 |
| 3b | .585 | 10.541 | 305 | < .001 | 6.90 |
| 4c | < .001 | 13.043 | 93.915 | < .001 | 6.73 |
| 4d | < .001 | 12.080 | 95.302 | < .001 | 7.08 |
| 5b | .386 | 8.373 | 299 | < .001 | 7.59 |

Tabel 21*Statistics Groep 6 A.T.-R versie A*

| Groep 6 | A.T.-R A | N | Mean | SD |
|---------|----------|-----|-------|------|
| 3a | > Pc 15 | 218 | 29.26 | 1.70 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 21.78 | 6.02 |
| 3b | > Pc 15 | 218 | 27.09 | 4.74 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 14.76 | 5.72 |
| 4c | > Pc 15 | 218 | 21.86 | 6.52 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 9.91 | 4.69 |
| 4d | > Pc 15 | 217 | 18.73 | 7.27 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 6.70 | 4.78 |
| 5b | > Pc 15 | 217 | 26.31 | 5.88 |
| | ≤ Pc 15 | 44 | 15.55 | 7.93 |

Tabel 22*Independent samples t-test Groep 6 A.T.-R versie A*

| Groep 6 | Levene's test for Equality of Variances | t | df | One-sided p | Cohen's d |
|----------|---|--------|--------|-------------|-----------|
| A.T.-R A | Significantie | | | | |
| 3a | < .001 | 8.348 | 46.530 | < .001 | 2.94 |
| 3b | .079 | 15.441 | 262 | < .001 | 4.92 |
| 4c | .003 | 14.557 | 86.258 | < .001 | 6.25 |
| 4d | < .001 | 13.985 | 95.177 | < .001 | 6.91 |
| 5b | < .001 | 8.538 | 52.990 | < .001 | 6.27 |

Tabel 23*Statistics Groep 6 A.T.-R versie B*

| Groep 6 | A.T.-R B | N | Mean | SD |
|---------|----------|-----|-------|------|
| 3a | > Pc 15 | 218 | 29.26 | 1.80 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 21.76 | 5.85 |
| 3b | > Pc 15 | 218 | 27.05 | 4.86 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 14.91 | 5.56 |
| 4c | > Pc 15 | 218 | 21.94 | 6.40 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 9.54 | 4.55 |
| 4d | > Pc 15 | 217 | 18.94 | 7.04 |
| | ≤ Pc 15 | 46 | 5.76 | 3.85 |
| 5b | > Pc 15 | 217 | 26.36 | 5.85 |
| | ≤ Pc 15 | 44 | 15.30 | 7.69 |

Tabel 24*Independent samples t-test Groep 6 A.T.-R versie B*

| Groep 6 | Levene's test for Equality of Variances | t | df | One-sided p | Cohen's d |
|----------|---|--------|---------|-------------|-----------|
| A.T.-R B | Significantie | | | | |
| 3a | < .001 | 8.604 | 46.812 | < .001 | 2.93 |
| 3b | .153 | 15.009 | 262 | < .001 | 4.99 |
| 4c | < .001 | 15.508 | 87.108 | < .001 | 6.12 |
| 4d | < .001 | 17.758 | 119.064 | < .001 | 6.60 |
| 5b | .001 | 9.025 | 53.524 | < .001 | 6.19 |

Uit de independent samples t-test komen, in lijn met de eerder aangegeven verwachtingen, grote effectgroottes naar voren. Per hogere drempel neemt de effectgrootte toe. In groep 5 zijn grote effectgroottes gevonden bij A.T.-R versie A en de drempeltoetsen 3a ($d = 5.04$), 3b ($d = 7.17$), 4c ($d = 6.80$), 4d ($d = 7.17$) en 5b ($d = 7.69$). Hierbij is alleen van

drempeltoets 4c de effectgrootte iets lager, maar verder loopt de effectgrootte per drempel op. In groep 5 bij A.T.-R versie B en de drempeltoetsen zijn er eveneens grote effectgroottes gevonden. Drempeltoets 3a ($d = 5.09$), 3b ($d = 6.90$), 4c ($d = 6.73$), 4d ($d = 7.08$) en 5b ($d = 7.59$). Hierbij is ook alleen bij drempeltoets 4c de effectgrootte iets lager.

In groep 6 zijn grote effectgroottes gevonden bij A.T.-R versie A en de drempeltoetsen 3a ($d = 2.94$), 3b ($d = 4.92$), 4c ($d = 6.25$), 4d ($d = 6.91$) en 5b ($d = 6.27$). Hieruit blijkt dat de effectgrootte per drempel oploopt, behalve bij drempeltoets 5b. Die effectgrootte is iets lager dan bij drempeltoets 4d. In groep 6 bij A.T.-R versie B en de drempeltoetsen zijn ook grote effectgroottes gevonden. Drempeltoets 3a ($d = 2.93$), 3b ($d = 4.99$), 4c ($d = 6.12$), 4d ($d = 6.60$) en 5b ($d = 6.19$). De effectgroottes lopen op, behalve bij drempeltoets 5b. De grote effectgroottes geven evidentie voor het onderscheidend vermogen van de A.T.-R tussen de 15% laagst scorende en de hoger scorende leerlingen en dit is geldig voor zowel de A.T.-R versie A als versie B en voor alle cruciale rekendrempels.