

**Automatiseringsproblemen in het Basisonderwijs: een Onderzoek naar de Samenhang  
tussen de Scores op de Drempeltoets Rekenen en de Automatiseringstoets Rekenen**

A. B. Sterenborg, S4095057

Masteropleiding Orthopedagogiek

Faculteit der Gedrags- en Maatschappijwetenschappen, Rijksuniversiteit Groningen

Begeleiders: Prof. Dr. A. E. M. G. Minnaert en Drs. W. H. Hofstetter

Tweede beoordelaar: Dr. L. Visscher

1 juli 2024

Aantal woorden: 9795

## Samenvatting

**Titel:** Automatiseringsproblemen in het Basisonderwijs: een Onderzoek naar de Samenhang tussen de Scores op de Drempeltoets Rekenen en de Automatiseringstoets Rekenen.

**Probleemstelling:** In Nederland zijn er zorgen over de rekenprestaties van leerlingen (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d). Onder andere in het automatiseren lijken leerlingen veel problemen te hebben en de essentiële onderdelen niet te behalen (Bandstra et al., 2013).

**Vraagstelling:** In hoeverre is er sprake van een samenhang bij de 15% laagst scorenden op de drempeltoetsen en hun scores op de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R.) bij leerlingen van groep 5 en 6?

**Methode:** Met een mixed methods onderzoek is van de 15% laagst scorende leerlingen op de drempeltoetsen, de samenhang tussen hun scores op de drempeltoetsen en de A.T.-R. berekend. Tevens zijn er twee case studies uitgevoerd om interindividuele verschillen in kaart te brengen.

**Resultaten:** In de risicogroep was een zwakke tot gematigde samenhang te vinden tussen de drempeltoetsen en de A.T.-R. De scatterplots tonen duidelijke verschillen aan in de toetsscores. Daarnaast blijkt uit de case studies dat leerlingen met vergelijkbare resultaten op de drempeltoetsen, zeer verschillend kunnen scoren op de A.T.-R. en daarbij verschillende fouten maken.

**Conclusies:** Het lijkt raadzaam om ook de drempeltoetsen klassikaal af te nemen, om zo direct inzichtelijk te krijgen bij welke rekenonderdelen leerlingen problemen ervaren en het onderwijs hierop afgestemd kan worden. In vervolgonderzoek zouden de resultaten van dit onderzoek met die van Munster (2024) vergeleken kunnen worden, om verschillen en overeenkomsten tussen de drempeltoetsen en de A.T.-R. duidelijker in kaart te brengen.

## Abstract

**Title:** Automation Problems in Primary Education: a Study into the Relationship between the Scores on the Arithmetic Thresholds Test (NL: Drempeltoets Rekenen) and the Arithmetic Automation Test (NL: Automatiseringstoets Rekenen). **Problem:** In the Netherlands there are concerns about the mathematics performance of students (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d). For example, in automation, students seem to have many problems and do not master the essential components (Bandstra et al., 2013). **Question:** To what extent is there a relation between the lowest 15% scorers on the threshold tests and their scores on the Arithmetic Automation Test (A.T.-R.) among students in grade 8 and 9? **Method:** In a mixed methods study, the relation between the threshold tests scores and the A.T.-R. scores is calculated for the 15% lowest scoring students on the threshold tests. Two case studies were conducted to map inter-individual differences. **Results:** In the risk group, a weak to moderate relation was found between the threshold tests and the A.T.-R. The scatterplots display clear differences in the test scores. In addition, the case studies show that students with similarly low results on the threshold tests can score very differently on the A.T.-R. and make different types of mistakes. **Conclusion:** It seems advisable to also administer the threshold tests in class, in order to gain immediate insight into which calculation components students experience problems and to be able to tailor education accordingly. In further research, the results of this study could be compared with those of Munster (2024) to identify in-depth differences and similarities between the threshold tests and the A.T.-R.

## **Inhoudsopgave**

Inleiding.....	5
Methode.....	14
Resultaten .....	18
Conclusie .....	35
Discussie.....	37
Literatuurlijst .....	40
Bijlage I.....	45
Bijlage II.....	48
Bijlage III.....	54

## **Inleiding**

In Nederland zijn er al meerdere jaren zorgen over de reken- en taalbeheersing van leerlingen (Meijerink, 2008; Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d). Ook in het landelijke nieuws is dit terug te zien. Zo berichtte de NOS op 10 mei 2023 dat er zorgen zijn over het verslechteren van de basisvaardigheden bij leerlingen. Onder de basisvaardigheden vallen de vaardigheden wat betreft taal, rekenen/wiskunde en burgerschap (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023b). Daar komt bij dat het aantal leerlingen dat de school verlaat met een te laag taal- en/of rekenniveau blijft toenemen (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d). Ook wordt in het NOS bericht van 5 december 2023 benoemd dat de resultaten wat betreft leesvaardigheid als zorgelijk kunnen worden gezien. In het nieuwsbericht wordt het recent uitgebrachte onderzoek van PISA besproken. In dat onderzoek wordt geconcludeerd dat de score op wiskunde voor Nederland significant lager is dan de wiskundescore op het vorige PISA-onderzoek uit 2018. Daar komt bij dat de scores van Nederland de laatste jaren sneller dalen dan het EU-gemiddelde (Meelissen et al., 2023).

### *Belang van rekenen en rekenbeleid*

Om de basisvaardigheden van de Nederlandse leerlingen te verbeteren, maakt de Nederlandse overheid extra geld vrij voor scholen. Zo werd er al ruim 400 miljoen euro vrijgemaakt voor het verbeteren van de basisvaardigheden, maar kwam daar voor de schooljaren 2023/2024 en 2024/2025 nog 108 miljoen euro per jaar bij (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023a). Ook wordt er door de onderwijsinspectie vanaf 2023 extra toezicht gehouden op het verbeteren van basisvaardigheden in het onderwijs. Dit houdt in dat er extra focus ligt op het plannen en uitvoeren van het curriculum wat betreft de basisvaardigheden op scholen (Minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023c).

Binnen het onderwijs in Nederland zijn er formele afspraken gemaakt over de inhoud van de leerstof en op welk moment gedurende de schoolgang de leerlingen deze leerstof moeten beheersen. Door deze formele afspraken kan onderzocht worden in welke mate bepaalde doelen bereikt worden door leerlingen (Ruijsenaars, 2021). Dit gebeurt onder andere in het rapport 'De Staat van het Onderwijs', dat jaarlijks wordt uitgebracht door de onderwijsinspectie. Met dit rapport worden de goede- en verbeterpunten van het onderwijs in Nederland in kaart gebracht. Uit het rapport van 2023 komt naar voren dat te weinig leerlingen het gewenste niveau behalen in het basisonderwijs, met name in het rekenen (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d).

In het rapport wordt het fundamentele niveau (1F) benoemd als basis die door zoveel mogelijk leerlingen beheerst moet worden. Het streefniveau (1S/2F) moet door leerlingen worden behaald om te kunnen participeren in de maatschappij (Ministerie van Algemene Zaken, 2023). Uit het rapport blijkt dat voldoende leerlingen het fundamentele rekenniveau halen: 92,5% van de leerlingen halen aan het einde van de basisschool dit niveau; dit zou minstens 85% van de leerlingen moeten zijn. Wat betreft het streefniveau blijkt echter dat slechts 42,2% het streefniveau haalt, waar dit 65% van de leerlingen zou moeten zijn. Ook in het speciaal basisonderwijs is dit terug te zien: van de 85% aan leerlingen die deelnemen aan de eindtoets, behaalt 30% het fundamentele niveau en slechts 2,5% het streefniveau (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d). Zowel in het regulier basisonderwijs als in het speciaal basisonderwijs presteert een substantieel deel van de leerlingen onder het te verwachten niveau, wat duidelijk maakt dat er een dringende behoefte is aan een goede monitoring van de rekenontwikkeling in het basisonderwijs. Daarbij zijn dus ook betrouwbare en valide meetinstrumenten van belang die de rekenniveaus van leerlingen in kaart kunnen brengen, met name voor de leerlingen die moeite hebben met het behalen van de gewenste niveaus. Ook wanneer het wel goed gaat met de rekenontwikkeling is het belangrijk om dit te monitoren. Zo kunnen problemen, wanneer deze wel dreigen te ontstaan in de rekenontwikkeling, tijdig in kaart gebracht worden om een dalende beheersing van de rekenvaardigheden, onderpresteren en schoolverlating te voorkomen.

### *Start en belang van de rekenontwikkeling*

Al voor de rekenontwikkeling daadwerkelijk start, zijn mensen in staat om hoeveelheden te onderscheiden. Zo kunnen baby's al enkele dagen tot weken na de geboorte het verschil zien tussen twee en drie objecten (Dehaene, 1997). Deze lijn zet zich voort in de eerste levensjaren, waarbij kinderen experimenteren met hoeveelheden en inzichten opdoen in de betekenis van getallen en symbolen, ook wel het voorbereidend rekenen of ontluikende gecijferdheid genoemd (Nillesen, 2013; Ruijsenaars et al., 2021). Vaak wordt in het vroege rekenen ook van 'getalbegrip' gesproken, waarmee het kunnen tellen, gevoel hebben voor getalwaarde en getallenkennis worden aangeduid (Yilmaz, 2017; Ruijsenaars et al., 2021).

Het is belangrijk dat deze start van de rekenontwikkeling goed verloopt. Wanneer binnen het basisonderwijs in groep 3 namelijk de basisrekenfeiten worden aangeleerd, is het van belang dat leerlingen enigszins voorbereidende rekenvaardigheden hebben ontwikkeld (Toll & Van Luit, 2014). Daarnaast is het kunnen tellen in de beginfase van of zelfs voor de

schoolgang een voorspeller van de reken-/wiskundevaardigheden rond het einde van de basisschool (Geary, 2011; Nguyen et al., 2016) en is getallenkennis een voorspeller van reken-/wiskundeprestaties en mogelijke problemen daarbij op latere leeftijd (Geary et al., 2012; Kärki et al., 2021). Verder is het kunnen rekenen een belangrijk onderdeel van ons dagelijks leven (Jansen et al., 2016). Dat begint al bij het kunnen tellen in alledaagse situaties, zoals het aantal studenten in een klaslokaal, het kunnen bijhouden van de score tijdens een sportwedstrijd en het bewustzijn van tijd, om activiteiten te kunnen plannen en roosters te begrijpen (Jansen et al., 2016; Yavuz Mumcu, 2018; Yadav, 2019). Daarnaast zijn rekenen en wiskunde de basis van alle economische processen in het leven (Abd Algani, 2022). Voorbeelden hiervan zijn het kunnen omgaan met geld in alledaagse situaties, zoals tijdens het winkelen, maar ook bij het financieel kunnen onderhouden van een huishouden speelt rekenen een grote rol (Jansen et al., 2016). Problemen in rekenen en wiskunde zullen dus op allerlei vlakken voor problemen kunnen zorgen (Abd Algani, 2022).

Verder is het beheersen van rekenvaardigheden noodzakelijk om goed te kunnen functioneren in de maatschappij (Meijerink, 2008). Voor het uitvoeren van meerdere dagelijks voorkomende activiteiten, is het namelijk van belang om over getallenkennis te beschikken (Handel, 2016). Wanneer iemand dus te maken heeft met rekenproblemen in het basisonderwijs, zorgt dit ook in het latere leven voor problemen bij het functioneren binnen de maatschappij in het algemeen (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d).

### *Theorieën over rekenontwikkeling*

In de bestudering van de rekenontwikkeling komen verschillende theorieën naar voren. Een voorbeeld daarvan is de handelingspsychologie, die in Nederland met name bekend is geworden door Carel Frederik Van Parreren. Binnen deze theorie staat niet de prestatie van een leerling centraal, maar de handelingen die een leerling uitvoert om op een antwoord uit te komen (Minnaert & Vermunt, 2006). De prestaties die behaald worden, geven volgens deze theorie weinig informatie over de onderliggende rekenvaardigheden. Juist door leerprocessen te bestuderen, ontstaat er inzicht in hoe een kind leert rekenen en denken en welke handelingen het daarbij doorloopt (Ruijsenaars et al., 2021). Dit wordt ook wel de handelingsstructuur genoemd. Deze handelingsstructuur bestaat uit vier kenmerken die voorbijkomen bij het uitvoeren van rekenhandelingen (Gal'perin, 1967). Allereerst de mate van verinnerlijking, die gericht is op dat wat er innerlijk gebeurt, de denkhandelingen die iemand innerlijk doorloopt om tot een antwoord te komen. Het tweede kenmerk is de mate van verkorting, wat zich richt

op het in minder stappen en dus efficiënter uitrekenen van sommen. Kenmerk drie is de mate van beheersing. Een toename hierin wordt ook wel automatisering genoemd. Automatisering zorgt ervoor dat handelingen vlot en foutloos uitgevoerd kunnen worden, zonder het bewust gebruiken van veel tussenstappen. Er is dus sprake van een afname in tussenstappen (Van Parreren, 1981). Volgens de theorie kan het automatiseren worden beschreven als het efficiënt verkorten van de handelingen binnen het rekenen. Waar eerder bewust de aandacht werd gericht op de handelingen, gebeurt dit nu onbewust en automatisch (Minnaert & Vermunt, 2006). Tot slot wordt er gesproken over de mate van wendbaarheid. Dit houdt in dat iemand zijn handelingen op regels baseert en daardoor wendbaarder is in het kunnen toepassen van die regels in verschillende situaties (Van Parreren, 1981). Dit wordt ook wel transfer genoemd.

### *Automatiseringsproblemen*

Naast de eerdergenoemde zorgen over het rekenonderwijs in het algemeen, zijn er ook zorgen over een specifiek onderdeel binnen het rekenonderwijs, namelijk het automatiseren. Het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap hanteert de volgende definitie van automatiseren: “het vrijwel routinematig uitvoeren van rekenhandelingen” (2011, p. 5). Automatiseren is een ander proces dan memoriseren, waarbij leerlingen de rekenfeiten uit het hoofd kennen en zonder na te denken tot een antwoord kunnen komen (Van Groenestijn, 2011). Bij het automatiseren leren leerlingen om snel en foutloos het juiste antwoord uit hun langetermijngeheugen op te halen (Ruijssenaars, 2019). Bij het automatiseren is de weg naar de oplossing verkort en hoeven rekenopgaven dus niet stap voor stap uitgerekend te worden (Minnaert & Vermunt, 2006; Ruijssenaars, 2019). Leerlingen blijken veel meer tijd nodig te hebben om de automatiseringsvaardigheden te beheersen dan wordt aangenomen. De automatiseringsproblemen lijken leerlingen met name te ervaren in het optellen en aftrekken tot 100, waarbij de achterstanden in het aftrekken het grootste zijn (Bandstra et al., 2013).

Wanneer kinderen de automatiseringsvaardigheden goed beheersen, draagt dit bij aan een goede verdere ontwikkeling van het rekenen (Baker & Cuevas, 2018; Ruijssenaars et al., 2017). Het automatiseren is nodig in bijna al het rekenen, waardoor beheersing van het automatiseren belangrijk is voor het aanleren van rekenvaardigheden in de rest van het onderwijs dat een leerling zal gaan volgen (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2011; Ruijssenaars et al., 2017; Van Luit, 2018). Problemen in het automatiseren zorgen namelijk ook voor problemen binnen andere rekendomeinen, waardoor een leerling blijvend problemen ervaart tijdens het rekenen en minder succeservaringen opdoet (Ruijssenaars et al.,



2006; Baker & Cuevas, 2018). Gezien de essentie van het beheersen van de automatiseringsvaardigheden, is het wenselijk om in kaart te brengen in hoeverre scholen het automatiseren geïmplementeerd hebben in een rekenbeleid. Binnen het project waar deze studie onderdeel van is, zal Huizinga (2024) hier verder onderzoek naar doen.

Ook de belasting op het geheugen speelt een belangrijke rol binnen het automatiseren. Zo is er bij leerlingen met rekenproblemen sprake van een beperktere capaciteit van het werkgeheugen en de executieve functies in het algemeen (Geary, 2013; Geary et al., 1991) en blijven de rekenfeiten onvoldoende opgeslagen in het geheugen. Daardoor zijn deze rekenfeiten niet direct en accuraat uit het langetermijngeheugen op te halen en heeft het kind meer tijd nodig om de som uit te rekenen (Van Luit, 2018). De accuratesse en/of snelheid binnen het rekenen zijn bij kinderen met leerstoornissen significant minder dan bij leeftijdsgenoten zonder leerstoornis, mede ten gevolge van de belasting op het werkgeheugen en aandachtsproblemen.

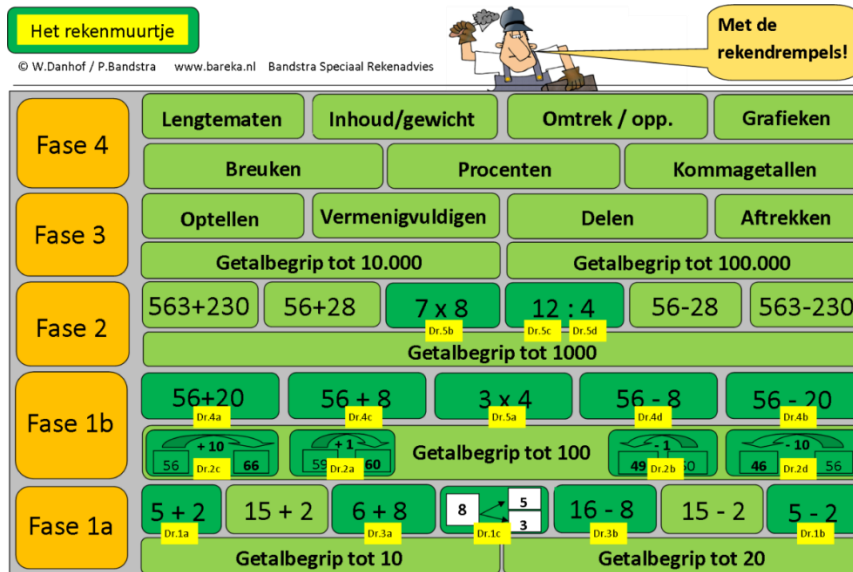
Daar komt bij dat de problemen ook op latere leeftijd voor belemmering blijven zorgen: zo blijkt uit onderzoek dat scheikunde studenten waarbij het automatiseren niet op niveau is, duidelijk meer moeite hebben met algemene scheikunde (Shelton et al., 2021). Daarom is van belang om niet alleen op de basisschool, maar ook in het voortgezet onderwijs aandacht te blijven houden voor het automatiseren tijdens de lessen. Dit gebeurt echter wisselvallig: zo geeft 64% van de docenten in het praktijkonderwijs en vmbo-b/k aan dat ze in minstens de helft van de lessen aandacht hebben voor het uit het hoofd leren van regels en feiten, zoals automatiseren. Van de docenten op het vmbo-g/t is dit 54%. Havo/vwo-docenten maken duidelijk de minste tijd vrij voor automatiseren: slechts 38% van deze docenten geeft aan hier in minstens de helft van de lessen bij stil te staan (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2024).

### *Rekenontwikkeling in beeld*

Om inzicht te krijgen in de rekenontwikkeling van basisschoolleerlingen, is het 'rekenmuurtje' ontworpen (Danhof et al., 2015). Dit rekenmuurtje toont de verschillende rekenonderdelen die leerlingen binnen het basisonderwijs dienen te leren. Verondersteld wordt dat de sommen aan de bovenkant van het rekenmuurtje alleen uitgerekend kunnen worden wanneer de sommen lager in het rekenmuurtje al beheerst worden (Hofstetter & Danhof, 2020).

**Figuur 1**

*Het Rekenmuurtje Inclusief Rekendrempels*



*Noot.* Overgenomen uit *Verantwoording*, Bareka Online Rekentoetsen, 2021.

In het rekenmuurtje zijn ook de rekendrempels te vinden (zie Figuur 1). Deze rekendrempels komen voort uit het zogenaamde ‘drempelmodel’, dat in 2006 is ontwikkeld binnen het onderzoeksproject ‘leerbaarheid van hoofdrekenen’. Binnen dit project wordt onderzoek gedaan naar de automatiseringsproblemen in het rekenonderwijs. De reden van de ontwikkeling voor dit model is het in beeld krijgen van de leerbaarheidscriteria wat betreft het hoofdrekenen en inzicht krijgen in de automatiseringsvaardigheden van leerlingen (Danhof et al., 2008).

In het ontwikkelde drempelmodel zijn de verschillende onderdelen van rekenkennis, die de basiskennis vormen, opgedeeld in vijf mijlpalen. Dit zijn de zogenaamde rekendrempels (Danhof et al., 2014; 2015). Binnen deze drempels zijn de kenmerkende momenten van de rekenontwikkeling met betrekking tot automatiseren opgedeeld in subdrempels, zie Tabel 1 voor een overzicht van de (sub)drempels (Danhof et al., 2014; Van Hoogmoed et al., 2019). De kennis behorend bij de drempels, bouwt op elkaar voort. Het accuraat en vlot kunnen beheersen van een bepaalde drempel is dus alleen mogelijk indien de lagere drempels ook goed worden beheerst (Ruijssenaars et al., 2017).

**Tabel 1***Het Drempelmodel*

<b>Drempel</b>	<b>Subdrempel</b>	<b>Somtype</b>	<b>Voorbeeldsom</b>
Drempel 1:	Drempel 1a	Optellen tot 10	$4 + 5$
Optellen en aftrekken tot 10	Drempel 1b	Aftrekken tot 10	$8 - 6$
	Drempel 1c	Splitsen tot en met 10	$10 = 3 \text{ en } \dots$
Drempel 2:	Drempel 2a	Sprong naar het volgende tiental	$39 + 1$
Getalbegrip tot 100	Drempel 2b	Sprong naar het vorige tiental	$40 - 1$
	Drempel 2c	Sprong van 10 vooruit	$62 + 10$
	Drempel 2d	Sprong van 10 terug	$57 - 10$
Drempel 3:	Drempel 3a	Optellen met overschrijding van het tiental	$7 + 8$
Optellen en aftrekken tot 20	Drempel 3b	Aftrekken met overschrijding van het tiental	$16 - 7$
Drempel 4:	Drempel 4a	Optellen met tientallen	$64 + 20$
Optellen en aftrekken tot 100	Drempel 4b	Aftrekken met tientallen	$78 - 30$
	Drempel 4c	Optellen met overschrijding van het tiental	$47 + 8$
	Drempel 4d	Aftrekken met overschrijding van het tiental	$55 - 7$
Drempel 5:	Drempel 5a	Eenvoudige keersommen (tafel van 1, 2, 3, 4, 5 en 10)	$5 \times 4$
Tafels van	Drempel 5b	Moeilijke keersommen (tafel van 6, 7, 8 en 9)	$8 \times 6$
vermenigvuldigen en delen	Drempel 5c	Eenvoudige deelsommen (tafel van 1, 2, 3, 4, 5 en 10)	$15 : 3$
	Drempel 5d	Moeilijke deelsommen (tafels van 6, 7, 8 en 9)	$56 : 8$

*Noot.* Overgenomen uit *Betrouwbaarheid en validiteit van de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R.)*, door R. B. De Vries, p. 10.

Om de rekenproblemen bij het automatiseren in kaart te brengen, worden deze subdrempels getoetst. Dit wordt onder andere gedaan met de Automatiseringstoets rekenen (A.T.-R.) en de Drempeltoets rekenen. De A.T.-R. kan worden gebruikt om snel een globaal beeld te krijgen van het automatiseringsniveau van leerlingen. Het afnemen van de A.T.-R. duurt namelijk slechts vier minuten en de vier basisbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) worden allemaal getoetst. De drempeltoets kan vervolgens worden afgenomen om een nauwkeuriger beeld te krijgen van de automatiseringsvaardigheden per (sub)drempel. Bij de drempeltoets worden subdrempels namelijk apart van elkaar getoetst, wat bij de A.T.-R. niet het geval is. Binnen het project waar dit onderzoek onderdeel van is, wordt daarom onderzoek gedaan naar de samenhang tussen de resultaten op de A.T.-R. en de drempeltoets voor de laagst scorende leerlingen op de A.T.-R. (Munster, 2024). Binnen deze studie wordt echter gefocust op de leerlingen die een lage score behalen op de drempeltoetsen, om zo een andere groep laag scorende leerlingen in kaart te brengen, wat mogelijk zorgt voor

nieuwe inzichten in de rekenonderdelen waar leerlingen tegenaan lopen. Het is namelijk gebruikelijk om alleen de A.T.-R. door de gehele groep te laten maken. Wanneer leerlingen op deze toets een lage score behalen, wordt pas de drempeltoets afgenomen bij deze laag scorende leerlingen. Dit zorgt ervoor dat leerlingen die een goede A.T.-R. maken, niet in aanmerking komen voor extra ondersteuning, zij zouden namelijk de drempeltoetsen niet maken. Echter, indien leerlingen op de A.T.-R. een goede score behalen, betekent dit niet automatisch dat ze alle rekenonderdelen (en daarmee alle subdrempels) beheersen. Leerlingen kunnen op de A.T.-R. een voldoende score behalen wanneer slechts een deel van de rekenonderdelen beheerst wordt. Dat betekent dus dat er ook bij leerlingen met een hoge(re) score sprake kan zijn van onvoldoende beheersing van bepaalde onderdelen in het rekenmuurtje. Binnen dit onderzoeksproject zijn door alle leerlingen zowel de A.T.-R. als de drempeltoets gemaakt, waardoor onderzocht kan worden hoe nadelig het vastlopen op een bepaalde subdrempel kan zijn op de algehele automatiseringsvaardigheden van leerlingen.

### *Onderzoeksvraag*

Het doel van dit onderzoek is om inzicht te krijgen in de samenhang tussen de toetsresultaten op de rekendrempels en de algehele automatisering voor rekenen, in het bijzonder voor de laag scorende leerlingen. Daarom staat binnen dit onderzoek de volgende onderzoeksvraag centraal: In hoeverre is er sprake van een samenhang bij de 15% laagst scorenden op de drempeltoetsen en hun A.T.-R. scores bij leerlingen van groep 5 en 6?

Deze vraag wordt grotendeels op kwantitatieve wijze onderzocht, maar wel aangevuld met enkele case studies, om dieper te kunnen kijken naar mogelijke patronen in de samenhang in de scores van individuele leerlingen. Naast de onderzoeksvraag worden de volgende deelvragen behandeld:

- Zijn er (individuele) patronen te vinden in de cut-off scores tussen de subdrempels?
- In welke mate zijn er individuele verschillen te vinden in de A.T.-R scores van de (15% laagst scorende) leerlingen op de drempeltoets?

### *Hypotheses*

Verwacht wordt dat naarmate de subdrempels hoger worden, de cut-off scores lager worden. Wanneer een leerling een bepaalde drempel nog onvoldoende beheerst, zou de leerling op een hogere drempel in theorie geen hogere score kunnen behalen. Wat betreft de scores

wordt daarom ook verwacht dat over de gehele groep de scores dus steeds minder linksscheef verdeeld zijn en steeds meer normaal verdeeld.

Aangezien deze leerlingen zowel de sommen van de drempeltoets als ook de sommen van de A.T.-R. horen te beheersen, is de verwachting dat er een duidelijke mate van samenhang te vinden is tussen de scores op de drempeltoetsen en de scores op de A.T.-R. Daarbij moet wel genoemd worden dat het aannemelijk is om interindividuele verschillen te zien. Binnen de drempeltoetsen wordt namelijk één type sommen getoetst, waar binnen de A.T.-R. de verschillende type sommen door elkaar worden getoetst. Wanneer een leerling moeite heeft met een bepaalde type sommen, zoals keersommen, kan dit binnen de A.T.-R. op verschillende manieren tot uiting komen. Zo kan dit ervoor zorgen dat de leerling vastloopt bij dit somtype en niet verder werkt, waardoor de leerling mogelijk een lagere score behaalt. Ook kan de leerling ervoor kiezen om deze sommen over te slaan en verder te gaan met een ander somtype, waardoor de leerling juist een hogere score kan behalen.

## **Methode**

### *Design*

Het onderzoek kan worden omschreven als een mixed methods onderzoek. Het kwantitatieve deel van het onderzoek betreft het onderzoeken van de cut-off scores van de drempels en de samenhang tussen de scores op de drempeltoetsen en de A.T.-R. Het kwalitatieve deel van het onderzoek betreft het bestuderen van specifieke participanten om zo patronen te kunnen ontdekken tussen A.T.-R scores van de laagst scorende participanten op de drempeltoetsen. Verder is het onderzoek cross-sectioneel, binnen het onderzoek is sprake van één meetmoment, verdeeld over twee dagen, waarop een grotere groep leerlingen is getoetst.

### *Participanten*

De participanten binnen dit onderzoek zijn basisschoolleerlingen van groep 5 en 6. In totaal hebben er 579 leerlingen uit groep 5 en 6 deelgenomen aan het onderzoek. Dit zijn leerlingen van in totaal twaalf basisscholen: zes basisscholen uit Noord-Nederland en zes basisscholen uit Oost-Nederland. Van deze 579 leerlingen zijn in totaal 28 leerlingen geëxcludeerd van het onderzoek. Zeven leerlingen hebben aangegeven in groep 5/6 te zitten. Deze leerlingen konden niet ingedeeld worden in ofwel groep 5 ofwel groep 6 en zijn daarom van het onderzoek geëxcludeerd. Verder bleek bij 21 leerlingen uit de antwoordbladen dat toetsen niet op de juiste manier zijn afgenomen of dat er aantekeningen zijn gemaakt, wat niet toegestaan is. Ook de gegevens van deze leerlingen zijn geëxcludeerd. Daarmee komt het totaal aantal participanten in dit onderzoek uit op 551 leerlingen.

De leerlingen zouden midden/eind groep 5 alle drempels moeten kunnen automatiseren, wat betekent dat de leerlingen van groep 5 en 6 in staat zouden moeten zijn om alle drempeltoetsen te maken. Van deze groep leerlingen richt het onderzoek zich op de 15% laagst scorende leerlingen op de drempeltoetsen. Dit percentage staat ongeveer gelijk aan het aantal leerlingen dat in een normaalverdeling een standaarddeviatie of meer onder het gemiddelde scoort. Daarnaast hanteert Cito verschillende toetsbegrippen wat betreft het niveau dat leerlingen behalen (Cito, 2019). Zo wordt er gewerkt met de niveauwaardes A tot en met E, waarbij niveau E bestaat uit de 10% laagst scorende leerlingen. Daarnaast wordt in het leerlingvolgsysteem van Cito het niveau aangegeven met Romeinse cijfers (I-V), waarbij niveau V bestaat uit de 20% laagst scorende leerlingen. Door het gemiddelde te nemen van de E- en V-score, ontstaat er een groep van 15% laagst scorende leerlingen, waar dit onderzoek zich op zal richten.

## *Meetinstrumenten*

Voor dit onderzoek is gebruikgemaakt van de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R.) en de Drempeltoets rekenen. De A.T.-R. is een rekentoets die ontwikkeld is om de mate van achterstand in automatisering in kaart te brengen. Deze toets bestaat uit 60 sommen, waarbij in de opbouw rekening is gehouden met de moeilijkheidsgraad van sommen: zo worden de sommen die leerlingen over het algemeen het moeilijkst vinden aan het einde getoetst. De leerlingen krijgen twee minuten de tijd om zoveel mogelijk sommen te maken. De A.T.-R. heeft een A- en B-versie, die beide gemaakt zijn door de participanten. De Drempeltoets rekenen is een rekentoets die is ontwikkeld om een nauwkeuriger beeld te krijgen van de rekenonderdelen waar een leerling op uitvalt. Binnen deze rekentoets worden de subdrempels 3a, 3b, 4c, 4d en 5b apart van elkaar getoetst, zie Tabel 1 voor een uitleg van deze subdrempels. De subdrempels 3a, 3b, 4c en 4d worden gezien als het meest dragend voor het kunnen oplossen van de moeilijke tafelsommen (5b). Subdrempel 5b wordt vervolgens weer gezien als meest dragend voor verschillende rekenwiskundige bewerkingen, zoals het vermenigvuldigen, delen, breuken, procenten en kommagetallen.

Elke subdrempel wordt getoetst met 30 sommen. Per subdrempel krijgen de leerlingen twee minuten de tijd om zoveel mogelijk sommen te maken. De af te nemen toetsen zijn verdeeld over twee toetsmomenten. Op het eerste toetsmoment wordt de A.T.-R. versie A en de drempeltoetsen 3a en 3b afgenomen; op het tweede toetsmoment wordt de A.T.-R. versie B en de drempeltoetsen 4c, 4d en 5b afgenomen.

## *Betrouwbaarheid en validiteit*

De A.T.-R. is onderzocht op betrouwbaarheid en validiteit (De Vries, 2021). In dit onderzoek werd geconcludeerd dat de test-hertestbetrouwbaarheid redelijk voldoet en de parallel-test betrouwbaarheid voldoet. Wat de criteriumvaliditeit betreft, is geconcludeerd dat deze goed is. Wel is het mogelijk dat er een leereffect optreedt, met name bij leerlingen die een hogere score behalen (De Vries, 2021). Van zowel de drempeltoetsen als de A.T.-R. kan gesteld worden dat er sprake is van volledige inhoudsvaliditeit: de rekenonderdelen worden met 100% representatieve rekensommen getoetst.

## *Procedure*

De huidige dataverzameling is onderdeel van het normeringsonderzoek dat wordt uitgevoerd door Rijksuniversiteit Groningen en stichting WAAR. Het normeringsonderzoek is

een landelijk onderzoek waar in totaal 32 scholen aan meedoen. Deze scholen zijn geworven via het netwerk van medewerkers van Rijksuniversiteit Groningen en rekenspecialisten. Verder zijn er twee scholen willekeurig benaderd om deel te nemen aan het onderzoek. De leerlingen op deze scholen worden langere tijd gevolgd en maken ieder jaar tweemaal de A.T.-R. en de drempeltoets; in maart en november. De toetsen zijn opgestuurd naar de scholen en afgenomen door de leerkrachten. Vervolgens zijn de ingevulde toetsen teruggestuurd naar Rijksuniversiteit Groningen, waar de toetsresultaten door studenten in SPSS zijn ingevoerd. Vervolgens zijn de toetsresultaten geanalyseerd. Vanwege de duur van de data-invoer is door de onderzoekskoördinatoren voorgesteld om in het huidige onderzoek alleen de toetsresultaten mee te nemen van de toetsen die zijn afgenomen op scholen in Noord- en Oost-Nederland.

Op basis van de richtlijnen die de ethische commissie van de faculteit Gedrags- en Maatschappijwetenschappen aan de Rijksuniversiteit Groningen hanteert, zijn de deelnemende scholen op de hoogte gesteld van hun rechten gedurende het onderzoek.

### *Analyse*

Om inzicht te krijgen in de verdeling van de toetsresultaten, is de Shapiro-Wilk Test uitgevoerd voor zowel de A.T.-R.'s als de drempeltoetsen. Daarbij zijn, om ook grafisch in kaart te brengen hoe de toetsresultaten verdeeld zijn, de toetsresultaten weergegeven in histogrammen.

Vervolgens is, om onderscheid te maken tussen de 15% laagst scorenden (hierna: risicogroep) en leerlingen die niet in de risicogroep en dus boven de cut-off score zitten (hierna: overige leerlingen), de cut-off score per subdrempel en A.T.-R. berekend. Aan de hand van deze uitkomsten zal worden bekeken of er bij de subdrempels patronen te vinden zijn in de cut-off scores. Daarna zijn alle leerlingen met die welbepaalde cut-off score op de betreffende toets, meegenomen in de risicogroep, waardoor het werkelijke aantal leerlingen in de risicogroep iets boven de 15% kan liggen.

Om het onderscheidend vermogen van de subdrempels na te gaan, is er een independent sample t-test uitgevoerd. Hierbij is een effectgrootte berekend tussen de risicogroep en de overige leerlingen, als controle op het gegeven dat de drempeltoets voldoende onderscheidend vermogen heeft en de scores voldoende gespreid zijn over de range van scores.

Tevens is aan de hand van scatterplots en correlaties de samenhang onderzocht tussen de drempelscores van zowel de gehele steekproef als de risicogroep en hun A.T.-R.-scores. Bij



het maken van de scatterplots is met behulp van de 'curve estimation' functie in SPSS per toets onderzocht of een lineaire, kwadratische, of kubische trend de samenhang tussen de drempelscores en de A.T.-R. scores het beste weergeeft.

Tot slot is er op leerlingniveau naar de toetsresultaten gekeken aan de hand van case studies. Bij twee leerlingen is een foutenanalyse uitgevoerd, met als doel de interindividuele verschillen bij leerlingen met een lage drempelscore in kaart te brengen en te onderzoeken. Om de scores van deze leerlingen goed te kunnen vergelijken, is er gekozen voor twee leerlingen uit dezelfde groep, namelijk groep 5. Van de leerlingen met een lage drempelscore, is een leerling gekozen met een hoge A.T.-R. score en een leerling met een lage A.T.-R. score. Zo kan worden onderzocht of er patronen of juist verschillen te vinden zijn in de fouten die de participanten hebben gemaakt op de toetsen.

## Resultaten

Uit de Shapiro-Wilk test blijkt dat er bij bijna alle toetsen sprake is van een  $p$ -waarde  $<.05$  (zie Tabel 2). Daarom kan worden vastgesteld dat bijna alle toetsen niet normaal verdeeld zijn, alleen A.T.-R. versie B lijkt op basis van onderstaande resultaten normaal verdeeld voor groep 5. Om ook inzichtelijk te krijgen hoe de scores van de overige toetsen verdeeld zijn, zijn de resultaten van alle toetsen weergegeven in histogrammen. Deze zijn te vinden in Bijlage I.

**Tabel 2**

*Toetsing op normaalverdeling*

	Significantie - Groep 5	Significantie - Groep 6
A.T.-R. versie A	.010	<.001
A.T.-R. versie B	.081	<.001
Drempel 3a	<.001	<.001
Drempel 3b	<.001	<.001
Drempel 4c	<.001	<.001
Drempel 4d	<.001	<.001
Drempel 5b	<.001	<.001

Uit de histogrammen blijkt dat de resultaten van groep 5 en 6 een vergelijkbaar beeld laten zien. Zoals verwacht mag worden, behalen de leerlingen in groep 6 gemiddeld gezien op iedere toets een hogere score dan de leerlingen in groep 5. Wat opvalt is dat de resultaten van de A.T.-R. en de drempels 4c en 4d het meeste lijken op een normale verdeling, terwijl er bij de drempels 3a, 3b en 5b duidelijk sprake is van een linksscheve verdeling.

In Tabel 3 is te zien hoeveel leerlingen er per subdrempel in de risicogroep vallen en welke cut-off score hierbij hoort. Groep 5 en 6 laten een vergelijkbaar patroon zien. De cut-off score neemt per subdrempel af. Zowel in groep 5 als in groep 6 is echter te zien dat er bij de laatste subdrempel (5b: moeilijke keersommen) juist weer sprake is van een stijging van de cut-off score. Verder laat Tabel 4 zien dat in beide groepen de cut-off score van A.T.-R. B één punt hoger ligt dan de cut-off score van A.T.-R. A. De cut-off scores van groep 6 liggen zowel bij de drempeltoetsen als de A.T.-R. enkele punten hoger dan bij groep 5.

**Tabel 3***Cut-off Scores per Drempel*

	Drempel	Totaal aantal leerlingen	Cut-off score	Aantal leerlingen in risicogroep	Percentage
Groep 5	3a	295	18	49	16.6%
	3b	294	12	48	16.3%
	4c	291	7	46	15.8%
	4d	291	5	48	16.5%
	5b	288	12	45	15.6%
Groep 6	3a	256	25	40	15.6%
	3b	256	16	39	15.2%
	4c	256	10	42	16.4%
	4d	255	7	42	16.5%
	5b	253	15	38	15.0%

*Noot.* Het totaal aantal leerlingen verschilt per toets doordat niet iedere leerling elke toets gemaakt heeft.

**Tabel 4***Cut-off Scores per A.T.-R.*

	A.T.-R. versie	Totaal aantal leerlingen	Cut-off score	Aantal leerlingen in risicogroep	Percentage
Groep 5	A.T.-R. A	295	18	48	16.3%
	A.T.-R. B	289	19	45	15.6%
Groep 6	A.T.-R. A	256	22	38	14.8%
	A.T.-R. B	256	23	38	14.8%

*Noot.* Het totaal aantal leerlingen verschilt per toets doordat niet iedere leerling elke toets gemaakt heeft.

In Tabel 5 en 7 is de beschrijvende statistiek rondom de independent sample t-test te vinden. In Tabel 6 en 8 zijn de resultaten van de test te vinden, waaronder de significantie en effectgrootte. De effectgrootte is hierbij uitgedrukt in Cohen's d.

In de beschrijvende statistiek valt op dat de gemiddeldes en standaarddeviaties in groep 5 bij iedere drempel groter zijn voor A.T.-R. B dan voor A.T.-R. A. Dit geldt zowel voor de risicogroep als voor de overige leerlingen. Voor groep 6 is hetzelfde beeld te zien wat betreft de standaarddeviaties. Echter, de gemiddeldes zijn in groep 6 voor de risicogroep groter bij A.T.-R. A, terwijl dit voor de overige leerlingen juist bij A.T.-R. B het geval is.

Uit de resultaten in Tabel 6 en 8 blijkt dat er bij iedere vergelijking sprake is van een significant verschil. Daar komt bij dat er zowel in groep 5 als in groep 6 zeer grote effectgroottes gevonden zijn: voor groep 5 liggen de effectgroottes tussen 8.174 en 9.521. Voor groep 6 liggen deze tussen de 9.650 en 10.498. Daarmee kan worden aangenomen dat er sprake is van een zeer goed onderscheidend vermogen op de drempels tussen de risicogroep en de overige leerlingen.

**Tabel 5***Beschrijvende Statistiek Groep 5*

<b>Groep 5</b>	Groep leerlingen	<i>N</i>	Mean	SD
Drempel 3a – A.T.-R. A	Risicogroep	49	16.90	5.14
	Overige leerlingen	246	29.24	8.64
Drempel 3a – A.T.-R. B	Risicogroep	46	18.37	6.25
	Overige leerlingen	243	32.30	9.70
Drempel 3b – A.T.-R. A	Risicogroep	48	17.21	5.41
	Overige leerlingen	246	29.20	8.67
Drempel 3b – A.T.-R. B	Risicogroep	45	18.04	6.15
	Overige leerlingen	244	32.30	9.65
Drempel 4c – A.T.-R. A	Risicogroep	46	17.37	5.29
	Overige leerlingen	245	29.16	8.70
Drempel 4c – A.T.-R. B	Risicogroep	45	18.44	6.22
	Overige leerlingen	244	32.23	9.75
Drempel 4d – A.T.-R. A	Risicogroep	48	17.38	5.25
	Overige leerlingen	243	29.26	8.66
Drempel 4d – A.T.-R. B	Risicogroep	47	18.64	6.13
	Overige leerlingen	242	32.30	9.76
Drempel 5b – A.T.-R. A	Risicogroep	45	18.93	5.38
	Overige leerlingen	243	28.92	9.04
Drempel 5b – A.T.-R. B	Risicogroep	45	19.78	6.20
	Overige leerlingen	241	32.10	10.01

**Tabel 6***T-Tests Groep 5 tussen de Risicogroep en Overige Leerlingen*

<b>Groep 5</b>	F	Sig.	t	df	One-Sided <i>p</i>	Cohen's <i>d</i>
Drempel 3a – A.T.-R. A	9.351	.002	-13.446	110.432	<.001	8.174
Drempel 3a – A.T.-R. B	10.498	.001	-12.523	91.818	<.001	9.245
Drempel 3b – A.T.-R. A	9.816	.002	-12.542	101.124	<.001	8.233
Drempel 3b – A.T.-R. B	10.071	.002	-12.893	89.731	<.001	9.204
Drempel 4c – A.T.-R. A	10.829	.001	-12.317	97.657	<.001	8.260
Drempel 4c – A.T.-R. B	11.561	<.001	-12.326	89.585	<.001	9.299
Drempel 4d – A.T.-R. A	10.148	.002	-12.643	105.095	<.001	8.202
Drempel 4d – A.T.-R. B	10.864	.001	-12.503	97.830	<.001	9.274
Drempel 5b – A.T.-R. A	12.353	<.001	-10.090	97.131	<.001	8.578
Drempel 5b – A.T.-R. B	11.195	<.001	-10.936	93.208	<.001	9.521

**Tabel 7***Beschrijvende Statistiek Groep 6*

<b>Groep 6</b>	Groep leerlingen	<i>N</i>	Mean	SD
Drempel 3a –	Risicogroep	40	20.18	4.77
A.T.-R. A	Overige leerlingen	216	36.98	10.29
Drempel 3a –	Risicogroep	40	19.65	5.83
A.T.-R. B	Overige leerlingen	216	38.67	10.56
Drempel 3b –	Risicogroep	39	20.72	5.22
A.T.-R. A	Overige leerlingen	217	36.81	10.45
Drempel 3b –	Risicogroep	39	20.36	6.23
A.T.-R. B	Overige leerlingen	217	38.45	10.80
Drempel 4c –	Risicogroep	42	21.40	6.33
A.T.-R. A	Overige leerlingen	214	36.90	10.42
Drempel 4c –	Risicogroep	42	20.90	7.50
A.T.-R. B	Overige leerlingen	214	38.60	10.66
Drempel 4d –	Risicogroep	42	21.98	7.39
A.T.-R. A	Overige leerlingen	213	36.75	10.46
Drempel 4d –	Risicogroep	42	20.83	8.00
A.T.-R. B	Overige leerlingen	213	38.57	10.57
Drempel 5b –	Risicogroep	38	21.97	5.14
A.T.-R. A	Overige leerlingen	215	36.71	10.61
Drempel 5b –	Risicogroep	38	21.84	5.88
A.T.-R. B	Overige leerlingen	215	38.28	11.10

**Tabel 8***T-Tests Groep 6 tussen de Risicogroep en Overige Leerlingen*

<b>Groep 6</b>	<b>F</b>	<b>Sig.</b>	<b>t</b>	<b>df</b>	<b>One-Sided <i>p</i></b>	<b>Cohen's d</b>
Drempel 3a – A.T.-R. A	22.281	<.001	-16.329	119.099	<.001	9.650
Drempel 3a – A.T.-R. B	20.117	<.001	-16.268	94.345	<.001	9.977
Drempel 3b – A.T.-R. A	20.263	<.001	-14.680	103.176	<.001	9.847
Drempel 3b – A.T.-R. B	15.972	<.001	-14.620	85.799	<.001	10.246
Drempel 4c – A.T.-R. A	16.620	<.001	-12.818	91.240	<.001	9.873
Drempel 4c – A.T.-R. B	13.547	<.001	-12.944	77.636	<.001	10.214
Drempel 4d – A.T.-R. A	8.962	.003	-10.967	77.419	<.001	10.027
Drempel 4d – A.T.-R. B	10.692	.001	-12.396	72.445	<.001	10.196
Drempel 5b – A.T.-R. A	19.259	<.001	-13.347	103.611	<.001	9.994
Drempel 5b – A.T.-R. B	16.572	<.001	-13.507	92.127	<.001	10.498



Om de samenhang tussen de scores op de drempeltoetsen en de A.T.-R. te onderzoeken, zijn de toetsresultaten grafisch weergegeven in scatterplots. Deze zijn te vinden in Bijlage II. Met een horizontale en verticale rode lijn wordt de cut-off score van de drempeltoets en de A.T.-R. getoond. Bij deze scatterplots wordt een determinatiecoëfficiënt weergegeven. Hiermee is voor iedere drempel de correlatie berekend met de A.T.-R. A en B (zie Tabel 9). In Tabel 10 is weergegeven of de samenhang tussen de toetsen het sterkste is bij een lineair, kwadratisch of kubisch verband. Er blijkt sprake te zijn van gematigde tot sterke correlaties: voor groep 5 liggen de correlaties tussen .640 en .762; voor groep 6 is dit tussen .574 en .766. Daarbij is te zien dat de samenhang met de A.T.-R. het hoogst is voor de drempels 3b, 4c en 4d (.721 tot .766). Bij groep 5 is de samenhang tussen drempel 5b en A.T.-R. A het laagst; in groep 6 is dit de samenhang tussen drempel 3a en A.T.-R. A.

**Tabel 9**

*Correlaties – Gehele Steekproef*

<i>r</i>	A.T.-R. versie A	A.T.-R. versie B
Groep 5		
Drempel 3a	.699	.719
Drempel 3b	.731	.750
Drempel 4c	.722	.762
Drempel 4d	.744	.754
Drempel 5b	.640	.672
Groep 6		
Drempel 3a	.574	.611
Drempel 3b	.721	.748
Drempel 4c	.752	.760
Drempel 4d	.740	.766
Drempel 5b	.675	.704

**Tabel 10***Type Verband Tussen de Drempeltoetsen en de A.T.-R. 's voor de Gehele Steekproef*

<i>verband</i>	A.T.-R. versie A	A.T.-R. versie B
<b>Groep 5</b>		
Drempel 3a	kubisch	kubisch
Drempel 3b	kubisch	kubisch
Drempel 4c	lineair	lineair
Drempel 4d	lineair	lineair
Drempel 5b	kubisch	kubisch
<b>Groep 6</b>		
Drempel 3a	kubisch	kubisch
Drempel 3b	kubisch	kubisch
Drempel 4c	kwadratisch	lineair
Drempel 4d	lineair	lineair
Drempel 5b	kubisch	kubisch

Uit bovenstaande tabel en de scatterplots in Bijlage II, blijkt er met name sprake te zijn van kubische trends: dit is een trend met twee buigpunten, waaronder of waarboven de samenhang op een drempel toeneemt of afneemt. Wanneer wordt gekeken naar de grafische weergave van de samenhang tussen de scores, is te zien dat een groot deel van de leerlingen op drempel 3a, 3b en 5b een hoge of zelfs een maximale score weet te halen, zowel in groep 5 als in groep 6. Daarbij blijkt wel dat de A.T.-R. scores van deze hoog scorende leerlingen erg uiteenlopen. In groep 6 behalen bijvoorbeeld 147 leerlingen een maximale score (30) op drempel 3a, maar lopen hun A.T.-R. scores sterk uiteen, van lage scores tot de maximale score van 60 (zie Tabel 11).

**Tabel 11***A.T.-R. Scores van Groep 6-leerlingen met een Maximumscore op Drempel 3a*

	<i>N</i>	minimumscore	maximumscore	Mean	SD
A.T.-R. A	147	15	60	38.14	10.09
A.T.-R. B	147	23	60	39.78	9.96

Ook is te zien dat er in iedere scatterplot in Bijlage II sprake is van een groep leerlingen die voor de A.T.-R. in de risicogroep vallen, maar voor de drempel niet, en vice versa. In het onderzoek van Munster (2024) zal nader worden gekeken naar de groep leerlingen die op de A.T.-R. binnen de risicogroep scoren, maar op de drempeltoetsen niet. Het huidige onderzoek zal zich verder richten op de groep leerlingen die een lage score behalen op de drempeltoetsen en daar dus binnen de risicogroep vallen. De resultaten van deze leerlingen zijn te vinden in de scatterplots in Bijlage III. Uit de curve estimation bleek dat in groep 5 bij de samenhang tussen drempel 4d en A.T.-R. A het kwadratische verband het sterkst was voor de risicogroep. Bij alle andere toetsen in groep 5 en 6 was het kubische verband het sterkst voor de risicogroep. In Tabel 12 zijn de correlaties tussen de toetsen voor de risicogroep weergegeven.

**Tabel 12**

*Correlaties - Risicogroep*

<i>r</i>	A.T.-R. versie A	A.T.-R. versie B
Groep 5		
Drempel 3a	.573	.473
Drempel 3b	.448	.550
Drempel 4c	.219	.118
Drempel 4d	.190	.270
Drempel 5b	.513	.554
Groep 6		
Drempel 3a	.560	.599
Drempel 3b	.446	.346
Drempel 4c	.303	.348
Drempel 4d	.581	.477
Drempel 5b	.455	.377

Er blijkt sprake te zijn van zwakke tot gematigde correlaties: voor groep 5 liggen de correlaties tussen .118 en .573; voor groep 6 is dit tussen .303 en .599. Binnen de risicogroep is de samenhang voor de drempels 4c en 4d in groep 5 juist het laagst (.118 tot .270). Voor groep 6 de samenhang tussen drempel 4d en A.T.-R. A het laagst (.303). De sterkste samenhang wordt hier juist gevonden bij drempel 3a (in groep 5 met A.T.-R. A en in groep 6 met A.T.-R. B), terwijl de samenhang met drempel 3a voor de gehele groep lager (groep 5) of zelfs het laagst was (groep 6).

In Bijlage III zijn de scatterplots te vinden waarbij de leerlingen onder de horizontale rode lijn zowel bij de drempel als bij de A.T.-R. in de risicogroep vallen. De leerlingen boven de horizontale rode lijn vallen alleen bij de drempel in de risicogroep. In iedere scatterplot is te zien dat er leerlingen zijn die wel in de risicogroep van de A.T.-R. vallen en leerlingen die niet in de risicogroep van de A.T.-R. vallen. Deze individuele verschillen zullen in onderstaande case studies nader uitgezocht worden.

### Case studies

Uit de dataset zijn twee leerlingen geselecteerd met vergelijkbare drempelscores, maar verschillende A.T.-R scores: leerling X en leerling Y. Leerling X valt bij iedere drempel binnen de risicogroep. Op de A.T.-R. scoort deze leerling bij beide toetsen echter niet binnen de risicogroep. Zie onderstaande Tabel voor de cut-off scores en de behaalde scores van leerling X.

**Tabel 13**

*Totaalscores Leerling X*

	Totaalscore leerling X	Cut-off score
Drempel 3a	18	18
Drempel 3b	12	12
Drempel 4c	6	7
Drempel 4d	2	5
Drempel 5b	8	12
A.T.-R. versie A	25	18
A.T.-R. versie B	24	19

**Tabel 14**

*Totaaloverzicht Leerling X*

Somtype	+	-	x	Totaal
Aantal fouten	7	6	2	15
Aantal overgeslagen items	0	0	0	0

In het totaaloverzicht is te zien dat leerling X in totaal 15 fouten heeft gemaakt en geen items heeft overgeslagen. De leerling lijkt met name moeite te hebben met de plus- en

minsommen. In onderstaande tabellen is per toets aangegeven welke fouten leerling X heeft gemaakt. Daaruit blijkt dat de leerling bij 10 van de in totaal 15 fouten slechts één punt van het juiste antwoord af zat. Ook heeft de leerling twee keer een telfout gemaakt in de tientallen, namelijk bij item 5 van drempel 4c en bij item 16 van A.T.-R. B. Daarnaast geeft de leerling bij de sommen  $9 + 6$  en  $9 + 6$  een verkeerd antwoord, waarbij de gegeven antwoorden ook nog eens verschillen: bij item 9 van drempel 3a ligt het gegeven antwoord 2 punten onder het juiste antwoord en bij item 14 van drempel 3a juist 3 punten boven het juiste antwoord (zie Tabel 15). Verder valt op dat de leerling op A.T.-R. A geen fouten heeft gemaakt en op A.T.-R. B slechts één fout.

**Tabel 15**

*Foutenanalyse Leerling X – Drempel 3a*

	Item 9	Item 14	Item 19	Item 21
Som	$9 + 6$	$6 + 9$	$5 + 9$	$7 + 8$
Antwoord leerling X	13	18	13	14
Juiste antwoord	15	15	14	15

**Tabel 16**

*Foutenanalyse Leerling X – Drempel 3b*

	Item 8	Item 10	Item 11
Som	$15 - 9$	$11 - 9$	$11 - 7$
Antwoord leerling X	7	1	3
Juiste antwoord	6	2	4

**Tabel 17**

*Foutenanalyse Leerling X – Drempel 4c*

	Item 4	Item 5	Item 9
Som	$48 + 5$	$83 + 8$	$38 + 8$
Antwoord leerling X	54	71	45
Juiste antwoord	53	91	46

**Tabel 18***Foutenanalyse Leerling X – Drempel 4d*

	Item 2	Item 4
Som	46 – 8	86 – 9
Antwoord leerling X	37	76
Juiste antwoord	38	77

**Tabel 19***Foutenanalyse Leerling X – Drempel 5b*

	Item 3	Item 4
Som	4 x 8	3 x 9
Antwoord leerling X	27	26
Juiste antwoord	32	27

**Tabel 20***Foutenanalyse Leerling X – A.T.-R. versie B*

	Item 16
Som	89 – 60
Antwoord leerling X	39
Juiste antwoord	29

Leerling Y valt binnen vier van de vijf drempeltoetsen binnen de risicogroep, namelijk bij de drempels 3b, 4c, 4d en 5b. Daarnaast liggen ook de scores op beide versies van de A.T.-R. onder de cut-off score. Zie Tabel 21 voor de totaalscores van deze leerling.

**Tabel 21**

*Totaalscores Leerling Y*

	Totaalscore leerling Y	Cut-off score
Drempel 3a	22	18
Drempel 3b	3	12
Drempel 4c	6	7
Drempel 4d	1	5
Drempel 5b	6	12
A.T.-R. versie A	14	18
A.T.-R. versie B	11	19

**Tabel 22**

*Totaaloverzicht leerling Y*

Somtype	+	-	x	Totaal
Aantal fouten	5	9	3	17
Aantal overgeslagen items	1	5	2	8

Het totaaloverzicht van leerling Y toont dat deze leerling met name moeite heeft met de minsommen. Dit blijkt ook uit de totaalscores van deze leerling op drempel 3b en 4d. In onderstaande tabellen zijn de gemaakte fouten en de overgeslagen items van leerling Y te zien. Op drempel 3a en 4d heeft leerling Y geen fouten gemaakt of items overgeslagen.

Uit de analyse van drempel 5b blijkt dat vier van de vijf fout beantwoorde of overgeslagen keersommen, de tafel van 9 bevatten. Ook vier van de negen fout beantwoorde of overgeslagen minsommen uit drempel 3b bevatten het getal 9. Bij deze drempel lijkt de leerling de getallen ook om te draaien: bij de som  $15 - 6$  (item 3) geeft de leerling 11 als antwoord, wat correct zou zijn bij de som  $16 - 5$ . Hetzelfde gebeurt bij de som  $16 - 7$  (item 6). Ook lijkt de leerling bij drie items getallen te verwisselen, maar tevens het tiental te vergeten. Zo geeft de leerling op de som  $12 - 9$  (item 5) als antwoord 7, wat het juiste antwoord zou zijn bij de som  $9 - 2$ . Dit gebeurt ook bij de items 1, 11 en 12.

Binnen de A.T.-R. maakt de leerling drie keer een telfout in de tientallen, namelijk bij item 15 op A.T.-R. A en item 9 en 10 op A.T.-R. B. Verder verschillen de gegeven antwoorden van de leerling duidelijk met het juiste antwoord; de door leerling Y gegeven antwoorden liggen zowel boven als onder het juiste antwoord.

**Tabel 23**

*Foutenanalyse Leerling Y – Drempel 3b*

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 5	Item 6	Item 11	Item 12
Som	18 – 9	11 – 4	15 – 6	12 – 9	16 – 7	11 – 7	12 – 5
Antwoord leerling Y	1	6	11	7	11	6	3
Juiste antwoord	9	7	9	3	9	4	7

**Tabel 24**

*Overgeslagen Items Leerling Y – Drempel 3b*

Totaal overgeslagen items	Item 8	Item 10
2	15 – 9	11 – 9

**Tabel 25**

*Foutenanalyse Leerling Y – Drempel 4c*

	Item 1
Som	26 + 5
Antwoord leerling Y	32
Juiste antwoord	31

**Tabel 26**

*Foutenanalyse Leerling Y – Drempel 5b*

	Item 4	Item 5	Item 11
Som	3 x 9	4 x 6	4 x 9
Antwoord leerling Y	24	22	32
Juiste antwoord	27	24	36



**Tabel 27***Overgeslagen Items Leerling Y – Drempel 5b*

Totaal overgeslagen items	Item 8	Item 9
2	9 x 8	8 x 9

**Tabel 28***Foutenanalyse Leerling Y – A.T.-R. versie A*

	Item 3	Item 15
Som	4 + 6	89 – 50
Antwoord leerling Y	11	49
Juiste antwoord	10	39

**Tabel 29***Overgeslagen Items Leerling Y – A.T.-R. versie A*

Totaal overgeslagen items	Item 16
1	78 – 60

**Tabel 30***Foutenanalyse Leerling Y – A.T.-R. versie B*

	Item 6	Item 9	Item 10	Item 18
Som	7 – 4	55 + 20	28 + 40	5 + 6
Antwoord leerling Y	4	65	78	12
Juiste antwoord	3	75	68	11

**Tabel 31***Overgeslagen Items Leerling Y – A.T.-R. versie B*

Totaal overgeslagen items	Item 11	Item 15	Item 16
3	37 + 60	78 – 50	89 – 60

Wanneer gekeken wordt naar de A.T.-R. van beide leerlingen, is te zien dat leerling X duidelijk boven de cut-off score scoort en leerling Y duidelijk onder de cut-off score. Daarbij maakt leerling X slechts één fout in de gehele A.T.-R. en slaat deze leerling geen items over, terwijl leerling Y zes fouten maakt in de gehele A.T.-R. en vier sommen overslaat. Dit laat zien dat deze leerlingen, ondanks dat ze beide op vier van de vijf subdrempels in de risicogroep vallen, duidelijk een verschillend klinisch beeld laten zien op de A.T.-R. Daar komt bij dat leerling Y juist op een van de subdrempels een hogere score behaalde, maar op beide versies van de A.T.-R. een lagere score.

## Conclusie

Het doel van dit onderzoek is het in kaart brengen van de samenhang tussen de resultaten op rekentoetsen van laag scorende leerlingen. De daarbij behorende onderzoeksvraag luidt als volgt: in hoeverre is er sprake van een samenhang bij de 15% laagst scorenden op de drempeltoetsen en hun A.T.-R. scores bij leerlingen van groep 5 en 6?

Uit de resultaten blijkt dat er sprake is van een geringe tot gematigde samenhang bij de drempel- en A.T.-R.-scores voor de risicogroepen van de drempeltoetsen. Dit is zowel bij groep 5 als bij groep 6 te zien in de gegeven correlaties en de grafische weergave in de scatterplots. Daarnaast blijkt uit de scatterplots en de case studies dat de onderlinge verschillen erg groot kunnen zijn in de risicogroep: zo zijn er meerdere leerlingen die op de drempeltoetsen wel binnen de risicogroep vallen, maar bij de A.T.-R. niet. Bij het analyseren van de toetsresultaten blijkt daarbij dat er ook grote verschillen zijn in het aantal fouten of overgeslagen items op toetsen, waar de totaalscore wel vergelijkbaar is.

Aangezien de verwachting was dat er bij de risicogroep duidelijke samenhang zou zijn in de resultaten op de drempeltoetsen en de A.T.-R., wordt de hypothese verworpen. De kanttekening die bij de hypothese werd geplaatst over de interindividuele verschillen die mogelijk naar voren zouden komen, blijkt daarentegen wel juist te zijn.

Verder zijn in Tabel 3 de cut-off scores van de subdrempels gegeven. Hierin zijn verschillende patronen gevonden. Zo blijkt de cut-off score af te nemen bij de hogere drempels, met uitzondering van drempel 5b. Verder liggen de cut-off scores van de groep 6-leerlingen op iedere drempel een aantal punten hoger dan bij de groep 5-leerlingen. Verwacht werd, dat de cut-off score per drempel lager zou worden. Aangezien dit voor drempel 5b niet geval is, wordt ook deze hypothese verworpen. Wel komen de resultaten overeen met het onderzoek van Bandstra et al. (2013), waarin leerlingen de meeste moeite hadden met het optellen en aftrekken tot 100 (drempel 4c en 4d). In dat onderzoek werd drempel 5b echter niet getoetst, waardoor niet bekend is of ook de leerlingen in dat onderzoek op drempel 5b een hogere score zouden halen.

Een mogelijke verklaring voor de hogere scores op drempel 5b zou kunnen zijn dat er in de klassen nog veel wordt geoefend met het opzeggen en automatiseren van de tafels, waar dit niet gebeurt bij plus- en minsommen met overschrijding van het tiental (drempels 4c en 4d). Daarbij wordt ook duidelijk dat het dus niet honderd procent noodzakelijk is voor het beheersen van een hogere drempel om eerst lagere drempels te beheersen, wat volgens de literatuur wel

het geval is (Ruijsenaars et al., 2017). Mogelijk zijn er compenserende effecten werkzaam vanuit de intelligentie, executieve functies of metacognitieve oplossingsstrategieën.

Gezien de lage tot gematigde samenhang die is gevonden, wordt geconcludeerd dat het klassikaal afnemen van enkel de A.T.-R. onvoldoende is. Het is namelijk ook van belang om de drempeltoetsen klassikaal af te nemen. Dit zorgt er ten eerste voor dat er een nieuwe risicogroep in kaart wordt gebracht met leerlingen die anders mogelijk niet in aanmerking zouden komen voor extra ondersteuning. Ten tweede maken de drempeltoetsen direct inzichtelijk bij welke rekenonderdelen de leerlingen problemen ervaren. Zo kan eenvoudiger ingezet worden op de individuele behoeftes van leerlingen met betrekking tot hun rekenontwikkeling en kunnen individuele, of zelfs groepsgewijze, handelingsplannen beter onderbouwd worden.

## Discussie

### *Beperkingen binnen het onderzoek*

Dit onderzoek kent een aantal beperkingen. Zo is bij aanvang van het onderzoek niet bekend wat het instroomniveau van de leerlingen is. Daardoor is het niet mogelijk om te onderzoeken wat het aandeel van de school is in de verbetering van de rekenvaardigheden van leerlingen.

Verder is er tijdens de afnames sprake van meerdere factoren die van invloed kunnen zijn op de resultaten van een leerling. In de analyse kan er echter moeilijk rekening gehouden worden met deze factoren. Voorbeelden hiervan zijn de motivatie van leerlingen en afnemen van de toetsen op een al dan niet juiste manier. Zo moest een deel van de leerlingen van het onderzoek geëxcludeerd worden wegens het verkeerd afnemen van de toetsen, ondanks dat er in de instructie duidelijk wordt vermeld hoeveel tijd de leerlingen per toets krijgen. Dit kan ook in andere klassen het geval geweest zijn, maar valt niet meteen uit de resultaten op te maken. Ook het invoeren van de scores is een factor die een rol speelt in de beperkingen; deze scores zijn namelijk handmatig ingevoerd in SPSS, wat mogelijk voor typefouten kan zorgen. Dit zou bijvoorbeeld voorkomen kunnen worden door de toetsen enkel online aan te bieden.

Daarnaast is in het berekenen van de samenhang gebruikgemaakt van de Pearson correlatiecoëfficiënt. Uit de Shapiro-Wilk Test blijkt echter dat er, op één toets na, geen sprake is van een normaalverdeling, wat een van de assumpties is om een Pearson correlatie uit te kunnen rekenen. Toch is er wel voor gekozen om binnen dit onderzoek met een Pearson correlatie te werken, om zo de trend in de intervaldata te kunnen toetsen. Een mogelijk alternatief was geweest om een Spearman rangcorrelatiecoëfficiënt te berekenen. Het was dan echter niet mogelijk geweest om een trendanalyse uit te voeren, wat binnen dit onderzoek wel van belang was.

### *Sterke factoren binnen het onderzoek*

Tevens kent het onderzoek een aantal sterke factoren. Naast de Pearson correlatiecoëfficiënt is voor het onderzoeken van de samenhang namelijk ook gebruikgemaakt van scatterplots. Deze scatterplots geven een duidelijk grafisch beeld van de samenhang tussen de scores. Door de toegevoegde lijnen op de cut-off scores, is inzichtelijk welk deel van de leerlingen op welke toets al dan niet binnen de risicogroep valt. Hieruit valt een vergelijkbare conclusie te trekken als uit de correlaties. Ook zijn de case studies een waardevolle toevoeging

op de resultaten. Door niet alleen naar de gemiddeldes te kijken en de samenhang over de hele groep te berekenen, maar ook te focussen op interindividuele verschillen, wordt inzichtelijk dat leerlingen met vergelijkbare scores op de drempels, verschillende kwaliteiten kunnen hebben en ook hele verschillende scores kunnen halen op de A.T.-R. Een ander sterk punt binnen dit onderzoek zijn de resultaten van de independent sample t-test. De zeer grote effectgroottes tonen aan dat er sprake is van een zeer goed onderscheidend vermogen op de drempels tussen de risicogroep en de overige leerlingen. Tot slot is er binnen dit onderzoek sprake van een grote steekproef, wat de representativiteit van de populatie ten goede komt.

### *Aanbevelingen*

Tegelijkertijd met het huidige onderzoek, heeft Munster (2024) juist onderzocht of leerlingen met een lage A.T.-R. score al dan niet vergelijkbaar scoren op de drempeltoetsen. In vervolgonderzoek zouden de resultaten van het huidige onderzoek en het onderzoek van Munster met elkaar vergeleken kunnen worden, om zo verschillen en overeenkomsten tussen de A.T.-R. en de drempeltoetsen nog duidelijker in kaart te brengen.

Daar komt bij dat in vervolgonderzoek ook de data van Zuid- en West-Nederland meegenomen kan worden. Op dit moment is niet bekend of de data van Noord- en Oost-Nederland representatief is voor heel Nederland. Op basis van eerder onderzoek binnen het onderzoeksproject, waarbij de gegevens van leerlingen uit Friesland werden vergeleken met nationale gegevens, is echter de verwachting dat er weinig verschil in de scores zit per regio (Minnaert & Faber, 2013). Wel kan door het toevoegen van Zuid- en West-Nederland het aantal participanten vergroten, wat de power van het onderzoek en de bevindingen ten goede komt.

Ook blijkt uit de literatuur dat binnen het speciaal basisonderwijs de rekenachterstanden nog groter zijn dan binnen het reguliere basisonderwijs (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap, 2023d). Daarom is het van belang om ook hier de achterstanden duidelijker in kaart te brengen en te onderzoeken hoe deze achterstanden te verhelpen zijn.

Tevens is het wenselijk, gezien de patronen in de cut-off scores niet volledig in lijn zijn met eerder onderzoek (Ruijsenaars et al., 2017), om nader te onderzoeken in hoeverre de drempels op elkaar voortbouwen en het beheersen van lagere drempels voorwaardelijk is voor het beheersen van de hogere drempels.

Bovendien is het van belang om de voortgang van leerlingen in het algemeen te blijven monitoren. De drempeltoetsen en A.T.-R. blijven tweemaal per jaar afgenomen worden op de

deelnemende scholen binnen het onderzoek. Zo kan worden onderzocht of er veranderingen in de totaalscores of de samenhang tussen de toetsen ontstaan. Ook wanneer leerlingen wel goede scores behalen is het van belang om de voortgang te blijven monitoren, zodat tijdig ingezet kan worden op extra ondersteuning wanneer een leerling toch problemen lijkt te ondervinden in de rekenontwikkeling, zodat (grotere) achterstanden worden voorkomen. Dit zouden scholen kunnen doen door het automatiseren duidelijk te implementeren binnen hun beleid rondom rekenonderwijs en meer tijd vrij te maken voor het oefenen met automatiseren. Het onderzoek van Huizinga (2024) zal uitwijzen in hoeverre hier op het moment sprake van is en welke verbeteringen hierin mogelijk zijn.

Verder is het goed om onderzoek en praktijk met elkaar te verbinden: door nog meer in te zoomen op de door leerlingen gegeven antwoorden, kan onderzocht worden waarom bepaalde type sommen fout gaan en welke fouten er worden gemaakt. Ook zou hierbij gebruikgemaakt kunnen worden van de hardopdenkmethode, zodat achterhaald kan worden welk denkproces een leerling doorloopt in het uitrekenen en beantwoorden van een som, waardoor inzichtelijk wordt welke fouten er in het denkproces worden gemaakt. Wat betreft de rekenvaardigheden van leerlingen, geven denkprocessen immers meer informatie dan de prestaties (Minnaert & Vermunt, 2006). Uit de analyses bij de hardopdenkmethode kan worden opgemaakt wat een leerkracht in de praktijk kan doen om de rekenvaardigheden van deze leerlingen te verbeteren.

Tot slot wordt aanbevolen om in groep 5 en 6 meer in te zetten op het beheersen van drempel 4 (optellen en aftrekken tot 100). Uit het onderzoek wordt namelijk duidelijk dat hier de meeste fouten worden gemaakt. Wanneer leerlingen de vierde drempel beheersen, ontstaat er een sterke basis in het rekenmuurtje voor de verdere rekenontwikkeling (Bareka, 2021).

## Literatuurlijst

Abd Algani, Y. M. (2022). Role, need and benefits of mathematics in the development of society. *Journal for the Mathematics Education and Teaching Practices*, 3(1), 23-29. <https://dergipark.org.tr/en/pub/jmetp/issue/70512/1129875>

Baker, A. T., & Cuevas, J. A. (2018). The importance of automaticity development in mathematics. *Georgia Educational Researcher*, 14(2). <https://doi.org/10.20429/ger.2018.140202>

Bandstra, P., Danhof, W., Faber, F., Minnaert, A., & Ruijsenaars, W. (2013). Rapport Rekenproject - Leerbaarheid van hoofdrekenen. <https://stichtingwaar.nl/wp-content/uploads/2020/05/Rapport-Rekenproject-Leerbaarheid-van-hoofdrekenen.pdf>

Bareka Online Rekentoetsen. (2021, 24 november). *Verantwoording*. <https://www.bareka.nl/verantwoording/>

Cito. (2019). *Toetsscore, vaardigheidsscore...en dan?* <https://cito.nl/media/sz4junrc/cito-flyer-toetsscore-vaardigheidsscore-en-dan.pdf>

Danhof, W., Bandstra, P., Faber, S., Hofstetter, W., Minnaert, A., & Ruijsenaars, W. (2014). Rekenprofiel als basis voor analyse van rekenachterstanden en diagnostiek. *Remediaal*, 14(1), 3-7. <https://research.rug.nl/en/publications/rekenprofiel-als-basis-voor-analyse-van-rekenachterstanden-en-dia>

Danhof, W., Bandstra, P., & Hofstetter, W. (2015). Rekendrempels nemen. *Volgens Bartjens*, 34(3), 4-7. [https://bareka.nl/wp-content/uploads/2015/12/Artikel-Volgens-Bartjens\\_Rekendrempels\\_nemen.pdf](https://bareka.nl/wp-content/uploads/2015/12/Artikel-Volgens-Bartjens_Rekendrempels_nemen.pdf)

Danhof, W., Bandstra, P., Milo, B. F., Mushati-Hamadani, E., Minnaert, A. E. M. G., & Ruijsenaars, A. J. J. M. (2008). Onderzoeksproject leerbaarheid van hoofdrekenen - naar criteria voor differentiatie en planning. *Panama-Post*, 27(1), 24-28. <https://bareka.nl/wp-content/uploads/2015/12/Artikel-Panama-Post.pdf>

Dehaene, S. (1997). *The number sense. How the mind creates mathematics*. London, UK: Penguin Books.

De Vries, R. B. (2021). *Betrouwbaarheid en validiteit van de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R). Een tempotoets voor het opsporen van automatiseringstekorten op het gebied van rekenen bij basisschoolleerlingen* [Masterthesis, Rijksuniversiteit Groningen].

Gal'perin, P. J. (1967). Die Psychologie des Denkens und die Lehre von der etappenweisen Ausbildung geistiger Handlungen. In E. Däbritz & A. Kossakowski (Eds.), *Untersuchungen des Denkens in der Sowjetische Psychologie* (pp. 115-124). Berlijn, Duitsland: Volk und Verlag.

Geary, D. C. (2011). Cognitive Predictors of Achievement Growth in Mathematics: a 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539–1552. <https://doi.org/10.1037/a0025510>



Geary, D. C. (2013). Early Foundations for Mathematics Learning and Their Relations to Learning Disabilities. *Current Directions in Psychological Science*, 22(1), 23-27.  
<https://doi.org/10.1177/0963721412469398>

Geary, D. C., Brown, S. C., & Samaranayake, V. A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology*, 27, 787-797.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2012). Mathematical cognition Deficits in children with learning disabilities and persistent low achievement: a five-year prospective study. *Journal of Educational Psychology*, 104(1), 206–223.  
<https://doi.org/10.1037/a0025398>

Handel, M. (2016). What do people do at work? *Journal for Labour Market Research*, 49(2), 177–197. <https://doi.org/10.1007/s12651-016-0213-1>

Hofstetter, W., & Danhof, W. (2020). Onderzoek naar de ‘Leerbaarheid van hoofdrekenen: Onderzoeksopzet en resultaten in PO en VO’. *Interne publicatie Stichting WAAR*.

Huizinga, R. M. (2024). *Automatiseringsvaardigheden van rekenen in relatie tot rekenbeleid. Een mixed methods onderzoek naar de relatie tussen de mate van het hebben van een rekenbeleid op school en de automatiseringsscores voor rekenen* [Masterthesis, Rijksuniversiteit Groningen].

Jansen, B. R., Schmitz, E., & Van Der Maas, H. L. J. (2016). Affective and Motivational Factors Mediate the Relation between Math Skills and Use of Math in Everyday Life. *Frontiers in Psychology*, 7. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00513>

Kärki, T., McMullen, J., & Lehtinen, E. (2021). Improving rational number knowledge using the NanoRoboMath digital game. *Educational Studies in Mathematics*, 110(1), 101–123.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-021-10120-6>

Meelissen, M. R. M., Maassen, N. A. M., Gubbels, J., Van Langen, A. M. L., Valk, J., Dood, C., Derks, I., In ‘t Zandt, M., & Wolbers, M. (2023). *Resultaten Pisa-2022 in vogelvlucht*. University of Twente. <https://doi.org/10.3990/1.9789036559461>

Meijerink, H. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.  
<https://www.slo.nl/@4230/drempels-taal/>

Ministerie van Algemene Zaken. (2023, oktober 25). *Referentieniveaus taal en rekenen. Taal en rekenen op school* | Rijksoverheid.nl. <https://www.rijksoverheid.nl/onderwerpen/taal-en-rekenen/referentiekader-taal-en-rekenen>

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. (2011, maart). *Automatiseren basisbewerkingen bij Rekenen-wiskunde*. Rapport | Inspectie van het onderwijs.  
<https://www.onderwijsinspectie.nl/documenten/publicaties/2011/03/18/automatiseren-basisbewerkingen-bij-rekenen-wiskunde>

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. (2023a, maart 28). *Meer geld voor goed leren lezen, schrijven en rekenen*. Nieuwsbericht | Rijksoverheid.nl. <https://www.rijksoverheid.nl/actueel/nieuws/2023/03/27/meer-geld-voor-goed-leren-lezen-schrijven-en-rekenen>

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. (2023b, juni 2). *Basisvaardigheden*. Onderwerp | Inspectie van het onderwijs. <https://www.onderwijsinspectie.nl/onderwerpen/basisvaardigheden>

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. (2023c, juli 13). *Standaard basisvaardigheden nieuw in het onderzoekskader*. De versterking van ons toezicht | Inspectie van het onderwijs. <https://www.onderwijsinspectie.nl/onderwerpen/de-versterking-van-ons-toezicht/standaard-basisvaardigheden>

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. (2023d, augustus 10). *Staat van het Onderwijs 2023*. Rapport | Rijksoverheid.nl. <https://www.rijksoverheid.nl/documenten/rapporten/2023/05/10/staat-van-het-onderwijs-2023>

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap. (2024, 27 februari). *Rekenen-Wiskunde einde leerjaar 2 voortgezet onderwijs 2021-2022*. Themaport | Inspectie van het Onderwijs. <https://www.onderwijsinspectie.nl/onderwerpen/peil-onderwijs/documenten/themaport/2024/02/27/rekenen-wiskunde-einde-leerjaar-2-voortgezet-onderwijs-2021-2022>

Minnaert, A. E. M. G., & Faber, S. (2013, 5 juni). *De ontwikkeling van het automatiseren in PO en VO. Accuratesse (power) en snelheid (speed) bij hoofdrekenen*. Lezing informatiemiddag 'Rekenproblemen en dyscalculie: hoe verder?', Abe Lenstrastadion, Heerenveen, Nederland.

Minnaert, A. E. M. G., & Vermunt, J. D. (2006). 25 Jaar Onderwijspsychologie in Nederland en Vlaanderen in de periode van 1980 tot 2005: Trends, pendels en grensverleggers. *Pedagogische Studiën*, 83, 260-277.

Munster, L. D. (2024). *Samenhang tussen de Automatiseringstoets Rekenen (A.T.-R.) en de rekendrempels* [Masterthesis, Rijksuniversiteit Groningen].

Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J., Wolfe, C. B., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550–560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>

Nillesen, C. (2013). Jong geleerd; rekenen op een kinderdagverblijf. *Volgens Bartjens*, 32-34. [https://www.volgens-bartjens.nl/documenten/archief/bartjens/vb\\_32\\_3\\_nillesen\\_jong\\_geleerd.pdf](https://www.volgens-bartjens.nl/documenten/archief/bartjens/vb_32_3_nillesen_jong_geleerd.pdf)

NOS. (2023, 10 mei). *Nog steeds zorgen om basisvaardigheden leerlingen, "Scholen kunnen meer doen."*. NOS. <https://nos.nl/artikel/2474543-nog-steeds-zorgen-om-basisvaardigheden-leerlingen-scholen-kunnen-meer-doen>

NOS (2023, 5 december). *Leesvaardigheid Nederlandse 15-jarigen verder achteruitgegaan*. NOS. <https://nos.nl/artikel/2500415-leesvaardigheid-nederlandse-15-jarigen-verder-achteruitgegaan>

PISA 2022 Results (Volume I). (2023). In Programme for international student assessment. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>

Ruijsenaars, A. J. J. M. (2019). *Leerproblemen en Leerstoornissen. Remedial teaching en behandelng. Hulpschema's voor opleiding en praktijk* (6e ed.). Rotterdam: Lemniscaat.

Ruijsenaars, W., Hofstetter, W., Danhof, W., & Minnaert, A. (2017). Automatisering van basale rekenkennis en het ontstaan van rekenproblemen: Drempels in het tot stand komen van feitenkennis en procedurele kennis. *Orthopedagogiek: Onderzoek en Praktijk*, 56(3-4), 71-85.

Ruijsenaars, A. J. J. M., Van Luit, J. E. H., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2006). *Rekenproblemen en dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.

Ruijsenaars, A. J. J. M., Van Luit, J. E. H., Van Lieshout, E. C. D. M., & Kroesbergen, E. H. (2021). *Dyscalculie en Rekenproblemen. Een dynamisch ontwikkelingsperspectief*. Rotterdam: Lemniscaat.

Shelton, G. R., Mamiya, B., Weber, R., Walker, D. R., Powell, C. B., Jang, B. W., Dubrovskiy, A. V., Villalta-Cerdas, A., & Mason, D. S. (2021). Early warning signals from automaticity diagnostic instruments for First- and Second-Semester General Chemistry. *Journal of Chemical Education*, 98(10), 3061–3072. <https://doi.org/10.1021/acs.jchemed.1c00714>

Toll, S. W. M., & Van Luit, J. E. H. (2014). Structurele ondersteuning aan kleuters met een achterstand in getalbegrip. *Pedagogische Studiën*, 91, 82-96.

Van Groenestijn, M. (2011). *Protocol ernstige rekenwiskunde-problemen en dyscalculie: BAO, SBO, SO*.

Van Hoogmoed, A., Kupers, E., Sijp, A., Vloo, J., Hofstetter, W., & Paap, M. C. S. (2019). De globale en lokale betrouwbaarheid van de screeningstoets van de Bareka Profieltoets Rekenen bij kinderen in groep 3. *Pedagogische Studiën*, 96(6), 301-311. <https://www.bareka.nl/wp-content/uploads/2020/01/Onderzoek-betrouwbaarheid-Bareka-toets-groep-3-A.H.-van-Hoogmoed-e.a..pdf>

Van Luit, J. E. H. (2018). *Dit is dyscalculie. Achtergrond en aanpak*. Houten: LannooCampus.

Van Parreren, C. F. (1981). *Onderwijsproceskunde*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Yadav, S. (2019). Role of Mathematics in the Development of Society. *International Journal of Research and Analytical Reviews (IJRAR)*, 6(4), 295-298. <https://ssrn.com/abstract=3677993>

Yavuz Mumcu, H. (2018). Examining mathematics department students' views on the use of mathematics in daily life. *International Online Journal of Education and Teaching (IOJET)*, 5(1), 61-80. <http://iojet.org/index.php/IOJET/article/view/221/220>

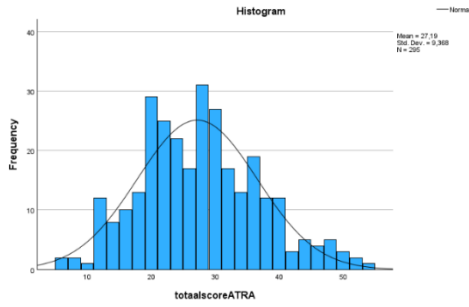
Yilmaz, Z. (2017). Young children's number sense development: Age related complexity across cases of three children. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(4), 891-902.

## Bijlage I

Verdeling van de toetscores, weergegeven in histogrammen.

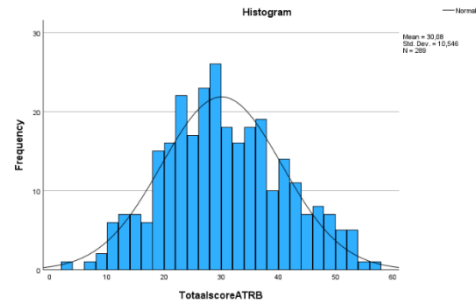
**Figuur 2**

*Verdeling Scores Groep 5 A.T.-R. A*



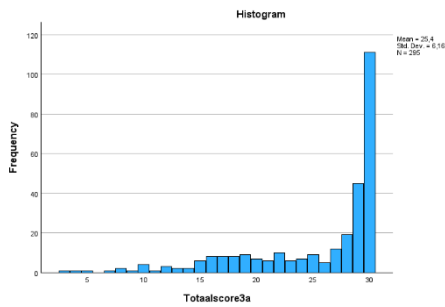
**Figuur 3**

*Verdeling Scores Groep 5 A.T.-R. B*



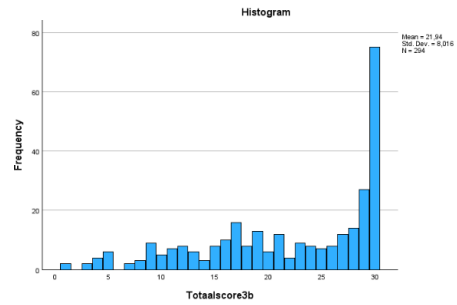
**Figuur 4**

*Verdeling Scores Groep 5 Drempel 3a*



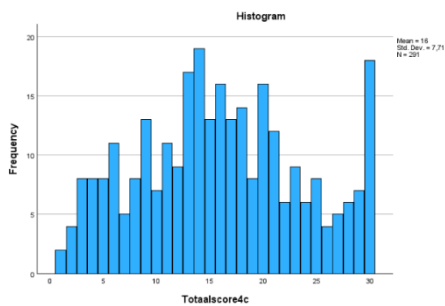
**Figuur 5**

*Verdeling Scores Groep 5 Drempel 3b*



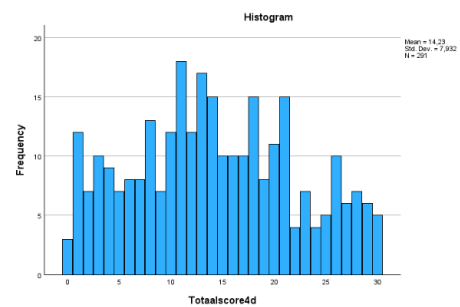
**Figuur 6**

*Verdeling Scores Groep 5 Drempel 4c*



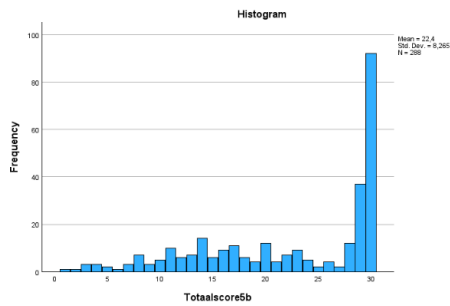
**Figuur 7**

*Verdeling Scores Groep 5 Drempel 4d*



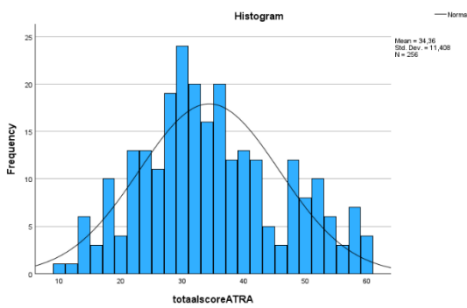
**Figuur 8**

*Verdeling Scores Groep 5 Drempel 5b*



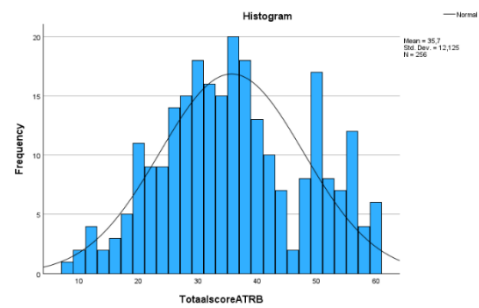
**Figuur 9**

*Verdeling Scores Groep 6 – A.T.-R. A*



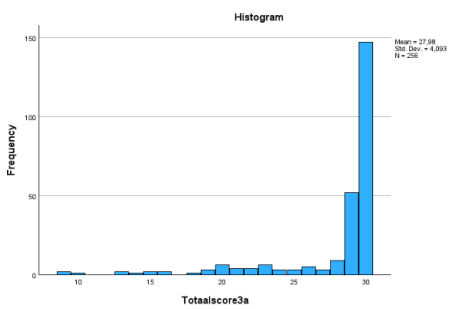
**Figuur 10**

*Verdeling Scores Groep 6 – A.T.-R. B*



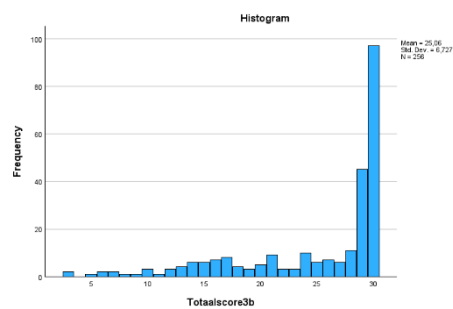
**Figuur 11**

*Verdeling Scores Groep 6 – Drempel 3a*



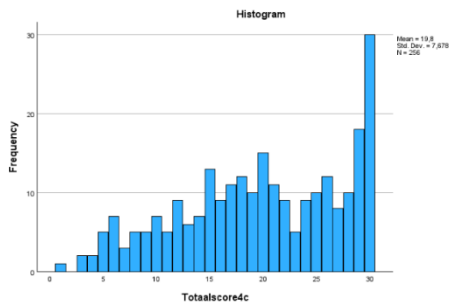
**Figuur 12**

*Verdeling Scores Groep 6 – Drempel 3b*



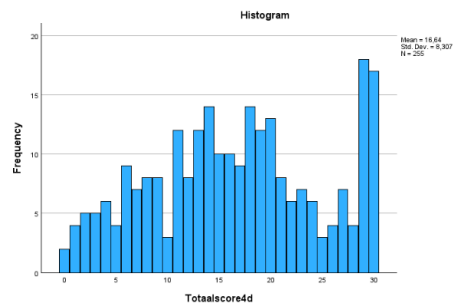
**Figuur 13**

*Verdeling Scores Groep 6 – Drempel 4c*



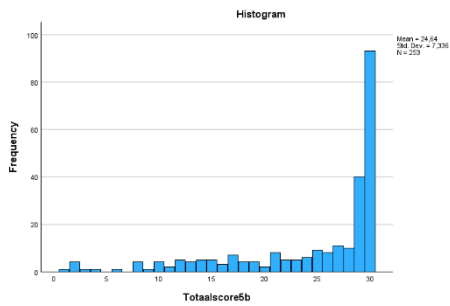
**Figuur 14**

*Verdeling Scores Groep 6 – Drempel 4d*



**Figuur 15**

*Verdeling Scores Groep 6 – Drempel 5b*

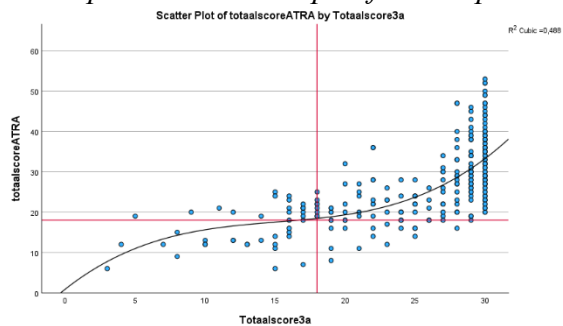


## Bijlage II

Scatterplots van de gehele steekproef.

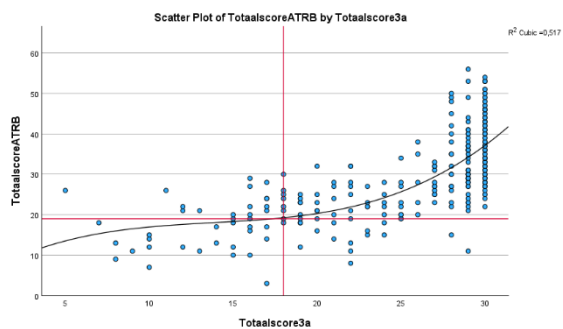
**Figuur 16**

*Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 3a en A.T.-R. A*



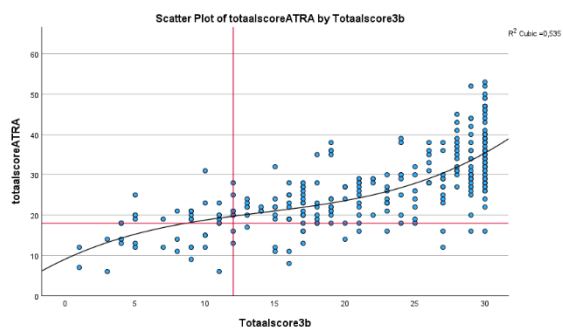
**Figuur 17**

*Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 3a en A.T.-R. B*



**Figuur 18**

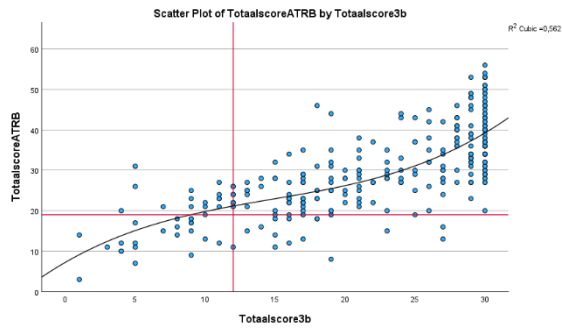
*Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 3b en A.T.-R. A*





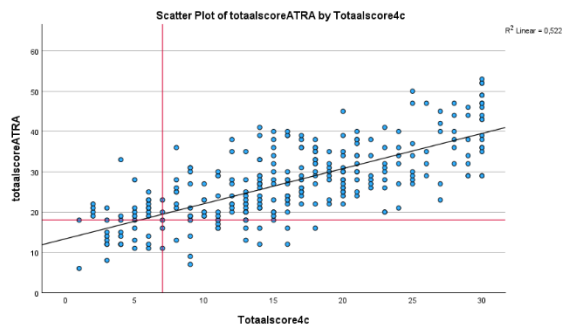
**Figuur 19**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 3b en A.T.-R. B



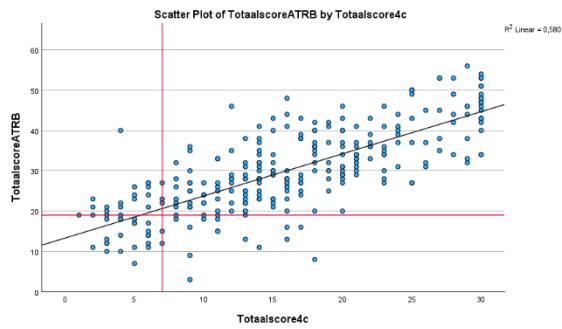
**Figuur 20**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 4c en A.T.-R. A



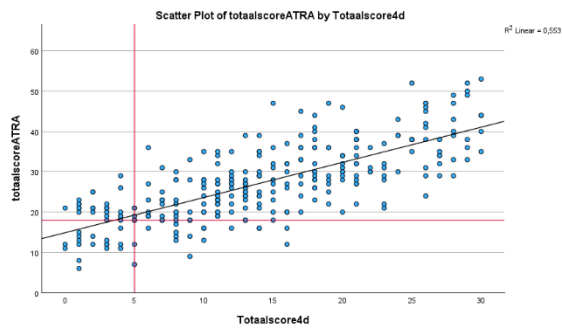
**Figuur 21**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 4c en A.T.-R. B



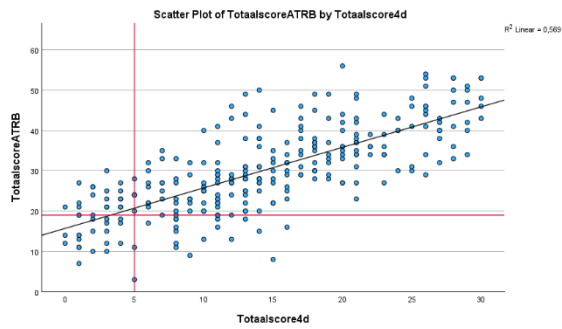
**Figuur 22**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 4d en A.T.-R. A



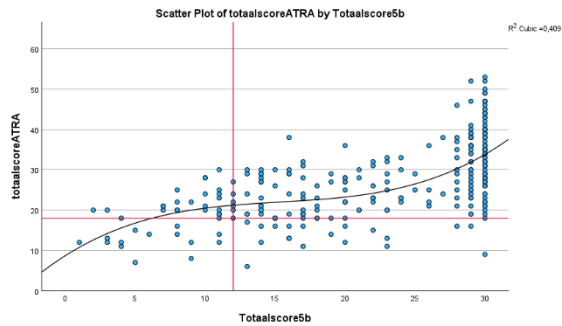
**Figuur 23**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 4d en A.T.-R. B



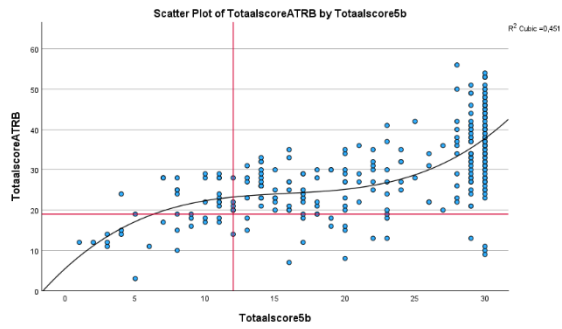
**Figuur 24**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 5b en A.T.-R. A



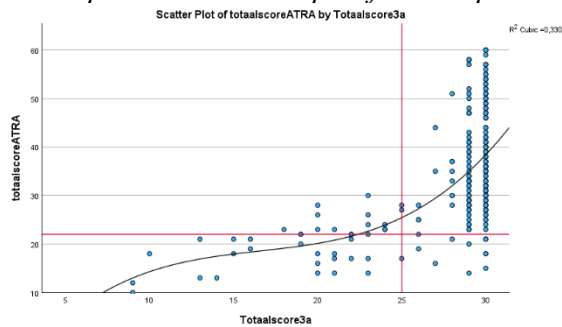
**Figuur 25**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 5: Drempel 5b en A.T.-R. B



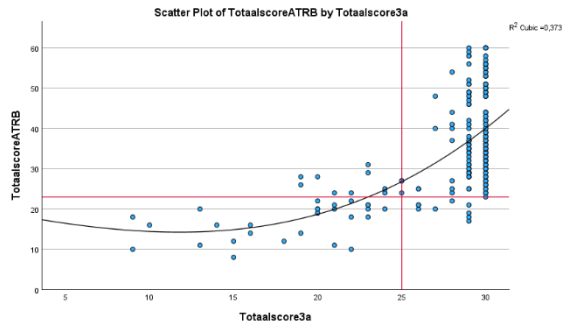
**Figuur 26**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 3a en A.T.-R. A



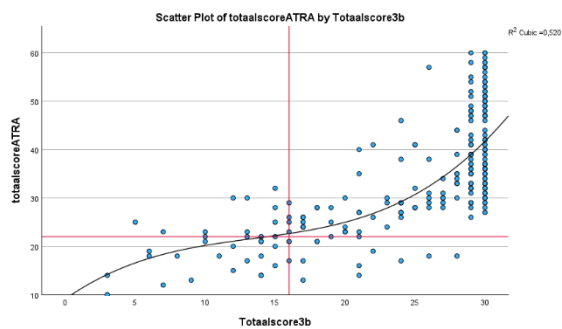
**Figuur 27**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 3a en A.T.-R. B



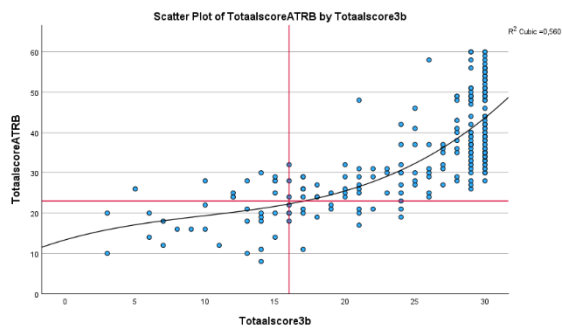
**Figuur 28**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 3b en A.T.-R. A



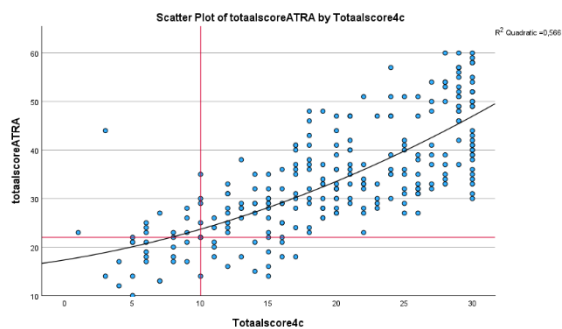
**Figuur 29**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 3b en A.T.-R. B



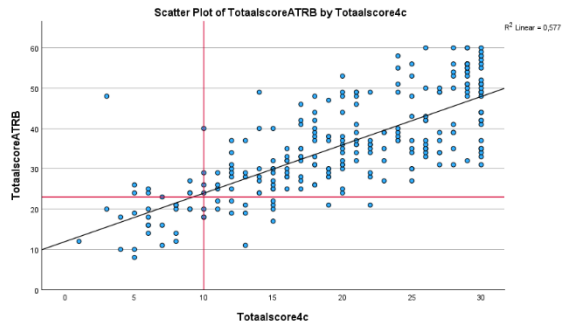
**Figuur 30**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 4c en A.T.-R. A



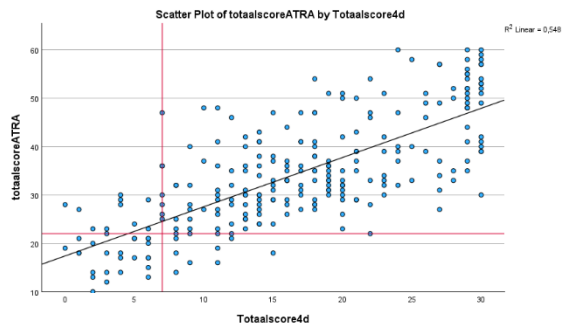
**Figuur 31**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 4c en A.T.-R. B



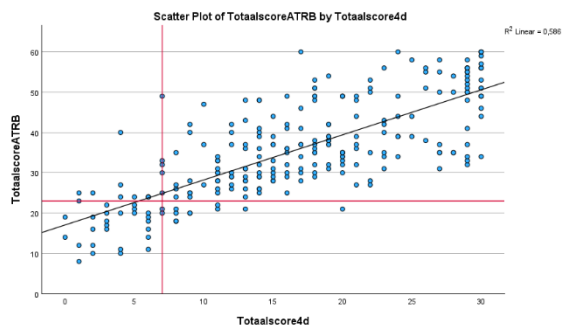
**Figuur 32**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 4d en A.T.-R. A



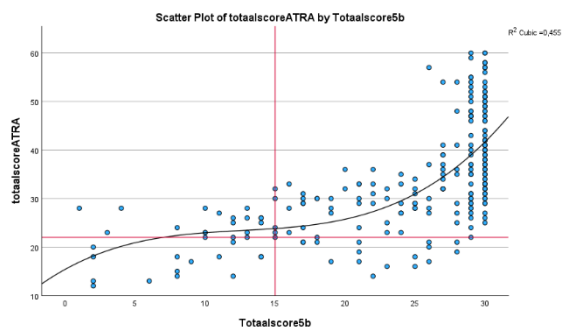
**Figuur 33**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 4d en A.T.-R. B



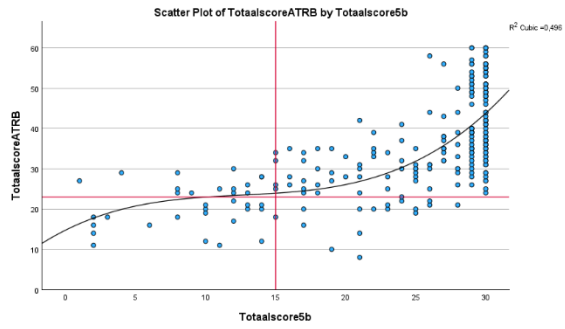
**Figuur 34**

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 5b en A.T.-R. A



### Figuur 35

Scatterplot Gehele Steekproef – Groep 6: Drempel 5b en A.T.-R. B

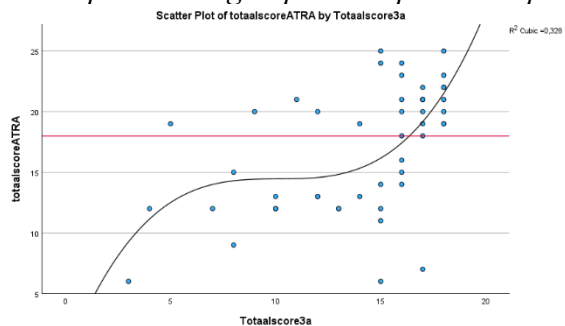


## Bijlage III

Scatterplots van de risicogroep.

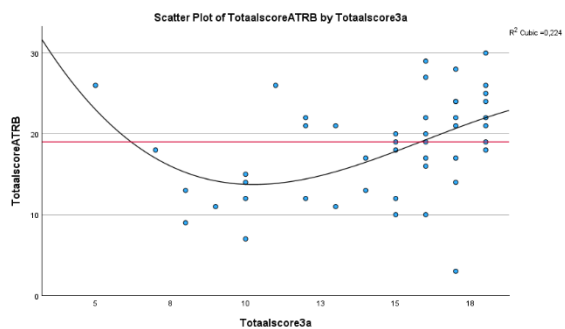
**Figuur 36**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 3a en A.T.-R. A*



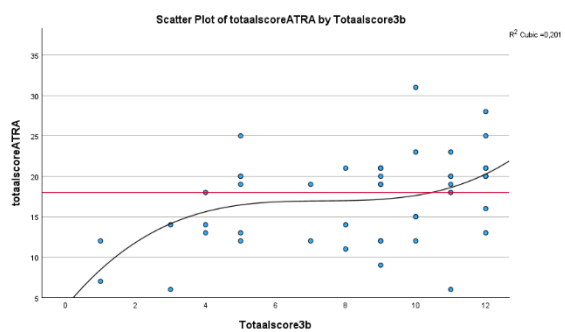
**Figuur 37**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 3a en A.T.-R. B*



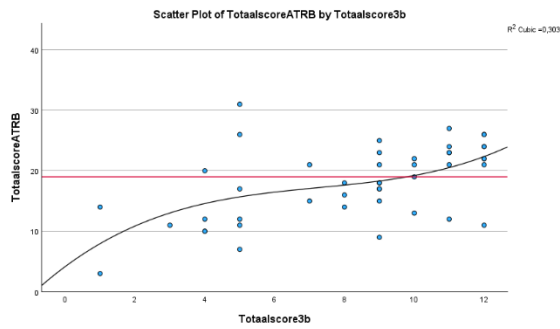
**Figuur 38**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 3b en A.T.-R. A*



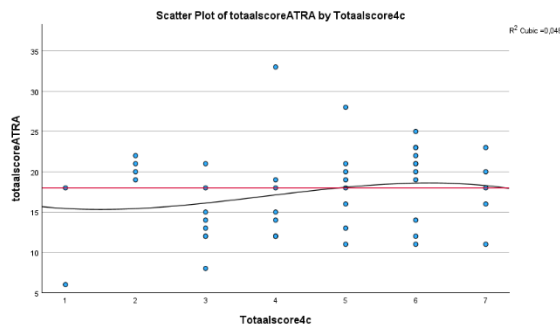
**Figuur 39**

Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 3b en A.T.-R. B



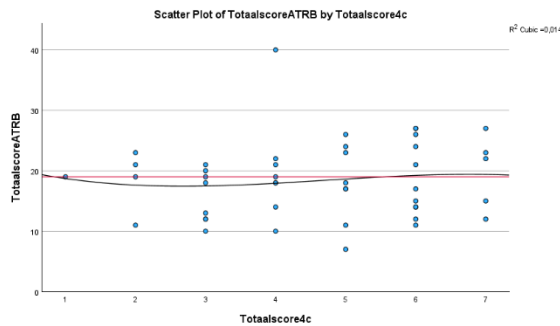
**Figuur 40**

Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 4c en A.T.-R. A



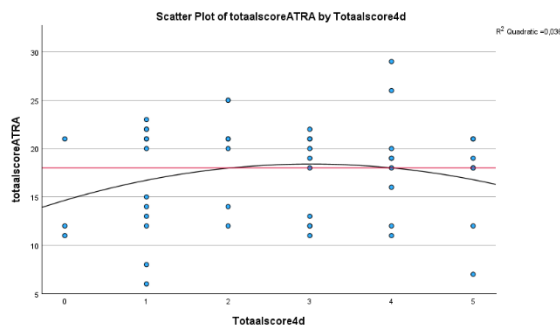
**Figuur 41**

Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 4c en A.T.-R. B



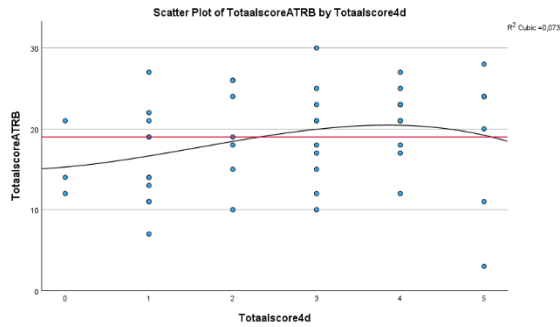
**Figuur 42**

Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 4d en A.T.-R. A



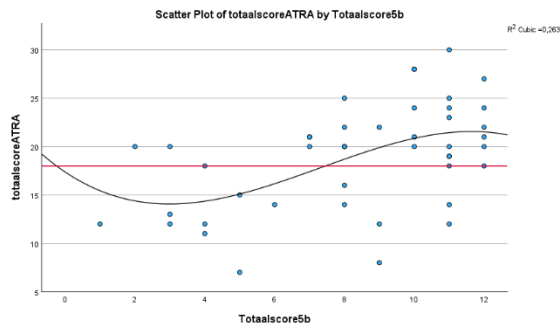
**Figuur 43**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 4d en A.T.-R. B*



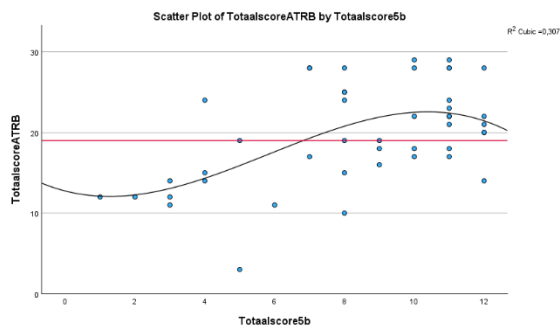
**Figuur 44**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 5b en A.T.-R. A*



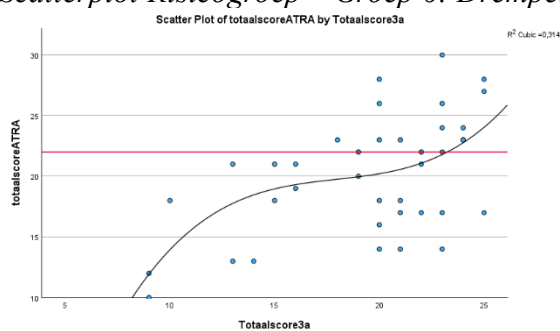
**Figuur 45**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 5: Drempel 5b en A.T.-R. B*



**Figuur 46**

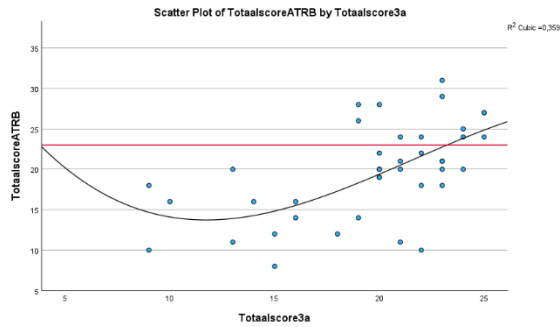
*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 3a en A.T.-R. A*





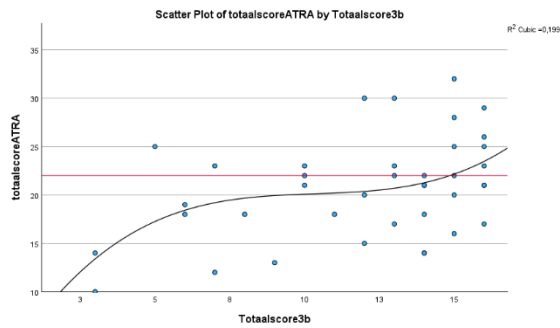
**Figuur 47**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 3a en A.T.-R. B*



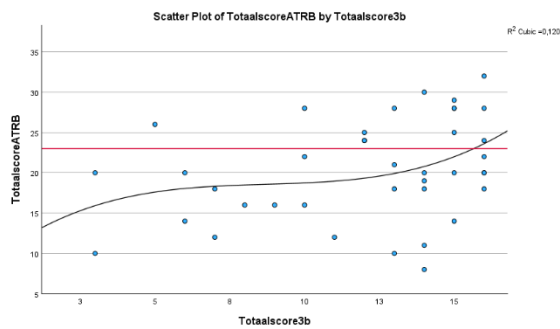
**Figuur 48**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 3b en A.T.-R. A*



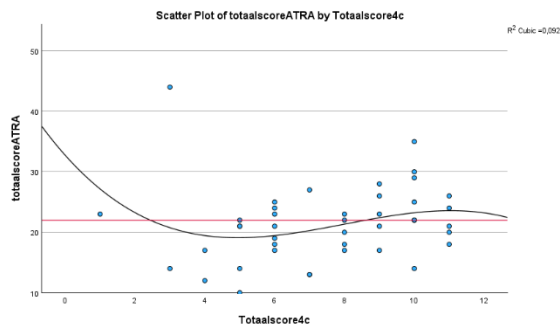
**Figuur 49**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 3b en A.T.-R. B*



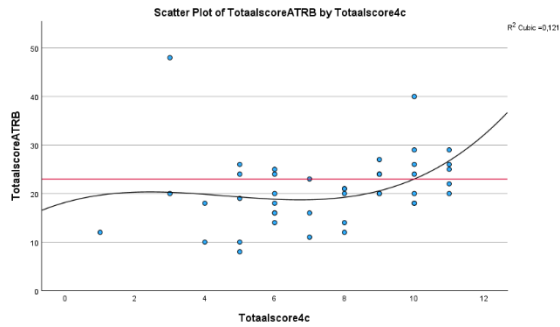
**Figuur 50**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 4c en A.T.-R. A*



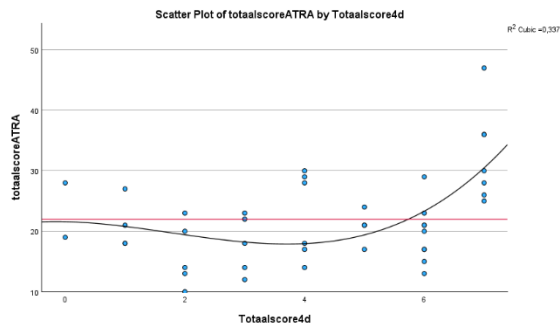
**Figuur 51**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 4c en A.T.-R. B*



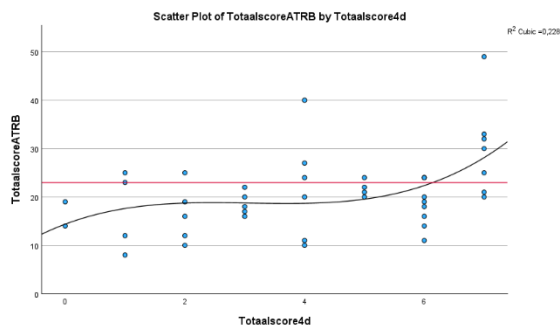
**Figuur 52**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 4d en A.T.-R. A*



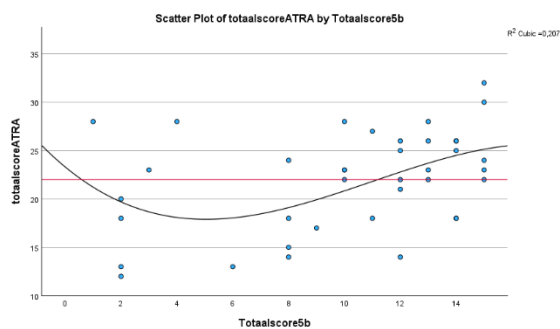
**Figuur 53**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 4d en A.T.-R. B*



**Figuur 54**

*Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 5b en A.T.-R. A*



### Figuur 55

Scatterplot Risicogroep – Groep 6: Drempel 5b en A.T.-R. B

